

Page No. 1/8

Subject Code **J-277**

Seat No.

--	--	--	--	--	--	--	--

M

DATE : 24/06/2026

Time : 11.00 - 2.00

**SUBJECT : MATHEMATICS & STATISTICS
(ARTS & SCIENCE) (40)**

DURATION : 3 Hours

TOTAL PAGES : 8

TOTAL MARKS : 80

सूचना :

प्रश्नपत्रिका एकूण चार विभागांत विभागलेली आहे.

- (i) विभाग अ – प्रश्न क्रमांक १ मध्ये ८ बहुपर्यायी प्रश्न प्रत्येकी २ गुणांचे आहेत.
प्रश्न क्रमांक २ मध्ये एकूण ४ अतिलघुत्तरी प्रश्न प्रत्येकी १ गुणांचे आहेत.
- (ii) विभाग ब – प्रश्न क्रमांक ३ ते १४ असे १२ लघुत्तरी प्रश्न प्रत्येकी २ गुण आहेत.
(कोणतेही ८ प्रश्न सोडवा.)
- (iii) विभाग क – प्रश्न क्रमांक १५ ते २६ असे १२ लघुत्तरी प्रश्न प्रत्येकी ३ गुणांचे आहेत.
(कोणतेही ८ प्रश्न सोडवा.)
- (iv) विभाग ड – प्रश्न क्रमांक २७ ते ३४ असे ८ दीर्घोत्तरी प्रश्न प्रत्येकी ४ गुणांचे आहेत.
(कोणतेही ५ प्रश्न सोडवा.)
- (v) लॉग टेबलच्या वापरास अनुमती आहे. गणनयंत्राचा वापर करण्यास अनुमती नाही.
- (vi) उजव्या बाजूस दिलेल्या संख्या प्रश्नांचे पूर्ण गुण दर्शवितात.
- (vii) आलेख कागदाचा वापर अनिवार्य नाही. फक्त कच्चा आलेख काढणे अपेक्षित आहे.
- (viii) बहुपर्यायी प्रश्नांचे मूल्यमापन हे पहिल्या प्रयत्नात सोडविलेल्या प्रश्नांसाठीच करण्यात येईल.
- (ix) प्रत्येक विभागाची सुरुवात नवीन पानावर करावी.

विभाग - अ

प्र. १. प्रत्येक उपप्रश्नासाठी खाली दिलेल्या पर्यायी उत्तरातून योग्य तो पर्याय निवडून खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा :

१६

(i) जर $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ असेल तर खालील कोणते विधान सत्य नाही?

(a) $\exists x \in A$, ज्याप्रमाणे $x + 3 = 8$

(b) $\exists x \in A$, ज्याप्रमाणे $x + 2 < 9$

(c) $\forall x \in A$, $x + 6 \geq 9$

(d) $\forall x \in A$, $x + 5 \leq 10$ (२)

(ii) $\sin \left[\sin^{-1} \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) - 3 \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right]$ ची किंमत =

(a) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

(b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(d) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (२)

(iii) जर $\hat{p}, \hat{q}$ व $\hat{r}$ या एकक सदिश राशी एकमेकांना लंब असून एक दक्षिण हस्त त्रिकूट बनवत असतील तर $\hat{p} \cdot (\hat{q} \times \hat{r}) + \hat{q} \cdot (\hat{p} \times \hat{r}) + \hat{r} \cdot (\hat{p} \times \hat{q})$ ची किंमत =

(a) -2

(b) 0

(c) 1

(d) 3 (२)

(iv) एक रेषा बिंदू $A(3, 4, -1)$ आणि बिंदू $B(2, -1, 3)$ मधून जात असेल तर त्या रेषेचे कार्तीयन समीकरण =

(a) $\frac{x+3}{1} = \frac{y-4}{5} = \frac{z+1}{-4}$

(b) $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{-4}$

(c) $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{4}$

(d) $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{5} = \frac{z+1}{-4}$ (२)

--	--	--	--	--	--	--

(v) जर $y = \log_x a$ असेल तर $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) $\frac{-\log a}{x(\log x)^2}$

(b) $x \log a$

(c) $-\frac{1}{\log_x a}$

(d) $\frac{1}{x \log a}$

(२)

(vi) जर $f(x) = \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}}$ आणि $g(x) = e^{\sin^{-1} x}$ तर $\int f(x) \cdot g(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$

(a) $e^{\sin^{-1} x} (1 - \sin^{-1} x) + c$

(b) $e^{\sin^{-1} x} (\sin^{-1} x - 1) + c$

(c) $e^{\sin^{-1} x} (\sin^{-1} x + 1) + c$

(d) $e^{\cos^{-1} x} (\cos^{-1} x - 1) + c$

(२)

(vii) रेषा $y = 2x$, X - अक्ष आणि रेषा $x = -1$ आणि $x = 4$ ने व्यापलेल्या भागाचे क्षेत्रफळ - (चौ. एकक)

(a) 15

(b) 17

(c) 16

(d) 14

(२)

(viii) द्विपद वितरणामध्ये $E(X) = 6$, $\text{Var}(X) = 4.2$ असेल तर n ची किंमत =

(a) 22

(b) 24

(c) 20

(d) 26

(२)

प्र. २. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा :

४

(i) $p \wedge t$ या विधानाचे दुहेरी (dual) लिहा.

(१)

(ii) XZ प्रतलापासून बिंदू (3, -5, 6) चे अंतर किती?

(१)

(iii) एका कणाचे (particle) t वेळेतील विस्थापन $S = 3t^2 + 4t + 1$ आहे तर या कणाचा t वेळेतील वेग काढा.

(१)

(iv) $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^{\frac{5}{2}} = 3\sqrt{\frac{dy}{dx}}$ या विकलनीय समीकरणाचा क्रम (order) लिहा. (१)

विभाग - ब

खालील दिलेल्या प्रश्नांमधून कोणतेही आठ प्रश्न सोडवा :

१६

- प्र. ३. $(\sim p \wedge q) \vee (p \wedge \sim r)$ या विधानाचा वित्युत परिपथ (switching circuit) काढा. (२)
- प्र. ४. व्यूह (matrix) $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$ च्या सहगुणकाचा (co-factor) व्यूह (matrix) काढा. (२)
- प्र. ५. $\cos 5\theta = \frac{1}{2}$ या समीकरणाची सामान्य उकल (general solution) काढा. (२)
- प्र. ६. $3x^2 + kxy + 2y^2 = 0$ हे समीकरण $2x + y = 0$ ही एक रेषा दाखवत असेल तर 'k' ची किंमत काढा. (२)
- प्र. ७. जर A, B, C या बिंदूंचे स्थान सदिश (position vectors) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ असतील आणि $10\vec{a} = 7\vec{b} + 3\vec{c}$ तर बिंदू C हा रेषाखंड AB ला कोणत्या गुणोत्तरात दुभायेल? (२)
- प्र. ८. $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ व $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \mu(\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})$ या दोन रेषांमधील कोन (angle) काढा. (२)
- प्र. ९. फल (function) $f(x) = x - \frac{1}{x}, x \in R, x \neq 0$ हे चढते किंवा उतरते फल (increasing or decreasing function) आहे का ते तपासा. (२)
- प्र. १०. सोडवा : $\int_{-1}^1 |x| dx$ (२)
- प्र. ११. सोडवा : $\int x \log x dx$ (२)

--	--	--	--	--	--	--

प्र. १२. वक्र (curve) $x^2 + y = 0$, X - अक्ष आणि रेषा $x = 1$, $x = 4$ यांनी व्यापलेल्या भागाचे क्षेत्रफल काढा. (२)

प्र. १३. X या यादृच्छिक चलाचे (random variable) संभाव्य वितरण खालील प्रमाणे

$X = x$	0	1	2	3	4
$P(X = x)$	0.1	k	$2k$	$2k$	k

(i) k (ii) $F(2)$ काढा. (२)

प्र. १४. सोडवा : $\int \frac{e^x(1+x)}{\cos^2(xe^x)} dx$ (२)

विभाग - क

खालीलपैकी कोणतेही आठ प्रश्न सोडवा :

२४

प्र. १५. $[(p \vee q) \wedge \sim p] \wedge \sim q$ या विधान नमुना (statement pattern) हा पुनरुक्ती (tautology), विरोधाभास (contradiction) किंवा दोन्ही ही नाहीत (contingency) हे सत्यता सारणीच्या साहाय्याने शोधा. (३)

प्र. १६. सिद्ध करा :

$$\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{12}{13}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{56}{65}\right) \quad (३)$$

प्र. १७. त्रिकोण ABC मध्ये, जर $a = 10$, $b = 8$ $c = 6$ असेल तर

$$(i) \sin\left(\frac{C}{2}\right) \quad (ii) \cos\left(\frac{B}{2}\right) \text{ ची किंमत काढा. } (३)$$

प्र. १८. $A(1, 2, 1)$, $B(2, -3, 4)$, $C(3, 4, -5)$ $D(2, 3, -2)$ हे चार बिंदू एक प्रतलीय आहेत का? तुमचे मत सिद्ध करा. (३)

प्र. १९. $\frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$ आणि $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$ या दोन समांतर रेषांतील अंतर काढा. (३)

प्र. २०. बिंदू $A(2,1,1), B(0,2,3)$ आणि $C(4,5,6)$ या बिंदूतून जाणाऱ्या प्रतलाचे सदिश समीकरण (vector equation) काढा. (३)

प्र. २१. जर $y = \log \left[\frac{x + \sqrt{x^2 + a^2}}{\sqrt{x^2 + a^2} - x} \right]$ तर $\frac{dy}{dx}$ काढा. (३)

प्र. २२. ३६ से.मी. लांबीची तार वाकवून आयत तयार केला. जर त्या आयताचे क्षेत्रफळ सर्वाधिक (maximum) असल्यास त्या आयताची परिमाणे शोधा. (३)

प्र. २३. फल (function) $f(x) = x^2 - 5x + 9, x \in [1, 4]$ हे रोल्ले (Rolle's) प्रमेय (theorem) चे समाधान करते हे सत्यापित (verify) करा. (३)

प्र. २४. $x \frac{dy}{dx} - \sqrt{x^2 + y^2} = y$ हे विक्लनीय समीकरण सोडवा. (३)

प्र. २५. एका सतत अनिर्बंध चलाचे (continuous random variable) संभाव्य घनत्व फल (p.d.f.) जर

$$f(x) = \frac{x}{8}; \quad 0 < x < 4$$

$$= 0; \quad \text{अन्यथा}$$

(i) संचित वारंवारिता फलन रूपात लिहा (expression for c.d.f. of X)

(ii) $F(x) = ?$ जेव्हा $x = 0.5$ आणि $x = 5$ (३)

प्र. २६. एका यादृच्छिक चल (random variable) X चे संभावनीयता राशी फलन (p.m.f.) हे

$$P(X=x) = {}^4C_x \left(\frac{5}{9}\right)^x \left(\frac{4}{9}\right)^{4-x}; \quad x = 0, 1, 2, 3, 4$$

$$= 0; \quad \text{अन्यथा}$$

तर $E(X)$ आणि $\text{Var}(X)$ काढा. (३)

--	--	--	--	--	--	--

विभाग - ड

खालीलपैकी कोणतेही पाच प्रश्न सोडवा :

२०

प्र. २७. व्यूह (matrix) $\begin{bmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ चा व्यस्त (inverse) काढा. (४)

प्र. २८. जर $h^2 - ab \geq 0$ असेल व x आणि y मधील दोन कोटीचे (second degree) एक जिनसीय (homogeneous) समीकरण जसे की, $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ मूळ बिंदूतून जाणाऱ्या रेषांच्या जोडीचे (pair of lines) प्रतिनिधित्व करते, हे सिद्ध करा. (४)

प्र. २९. जर $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ हे तीन नैकप्रतलिय (non coplanar) सदिश राशी असतील तर $\vec{r}$ हा सदिश अंतराळामध्ये (in a space) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ च्या रेखीय संयोजन (linear combination) च्या एका व एकाच रूपात मांडता येतो, हे सिद्ध करा. (४)

प्र. ३०. खाली दिलेल्या रेखीय समीकरणांची (L.P.P.) आलेख पद्धतीच्या (graphical method) साहाय्याने किमान (minimum) किंमत काढा जसे

$$\text{Minimize : } z = 8x + 10y$$

$$\text{अटी : } 2x + y \geq 7$$

$$2x + 3y \geq 15$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 2$$

(४)

प्र. ३१. जर $x = f(t)$ आणि $y = g(t)$ हे t चे विकलनीय फलन असतील म्हणून y हे x चे विकलनीय फलन असेल आणि $\frac{dx}{dt} \neq 0$ तर सिद्ध करा की,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}, \quad \text{त्यावरून}$$

$$\frac{dy}{dx} \text{ काढा जेव्हा } x = \sin t \quad y = \cos t. \quad (४)$$

प्र. ३२. सोडवा : $\int \frac{2}{3+2\sin^2 x + 5\cos^2 x} dx$ (४)

प्र. ३३. सिद्ध करा की,

$$\int_{-a}^a f(x)dx - 2 \int_0^a f(x)dx, \text{ जर } f(x) \text{ हे सम फल}$$

$$= 0, \text{ जर } f(x) \text{ हे विषम फल.} \quad (४)$$

प्र. ३४. न्यूटनच्या नियमानुसार एका वस्तू (body) 100°C वरून 60°C पर्यंत थंड होण्यास 20 मिनिटे लागतात जर वातावरणीय तापमान (surrounding temperature) 20°C असेल तर त्या वस्तूचे (body) तापमान 40°C होण्यास किती वेळ लागेल? (४)

