

Page No. 1/8

Subject Code **J-279**

Seat No.

--	--	--	--	--	--	--	--

DATE : 24/06/2026

H

Time : 11.00 - 2.00

**SUBJECT : MATHEMATICS & STATISTICS
(ARTS & SCIENCE) (40)**

DURATION : 3 Hours

TOTAL PAGES : 8

TOTAL MARKS : 80

सामान्य सूचनाएँ :

प्रश्न पत्र को चार विभागों में विभाजित किया गया है।

- (i) विभाग अ : प्रश्न क्रमांक १ में आठ बहुविकल्पीय प्रकार के उपप्रश्न हैं। प्रत्येक को दो अंक दिए गए हैं।
प्रश्न क्रमांक २ में चार अतिलघुत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक को एक अंक दिया गया है।
- (ii) विभाग ब : प्रश्न क्रमांक ३ से प्रश्न क्रमांक १४ तक बारह लघुत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न को दो अंक दिए गए हैं। (किन्हीं आठ प्रश्नों को हल करना है।)
- (iii) विभाग क : प्रश्न क्रमांक १५ से प्रश्न क्रमांक २६ तक बारह लघुत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न को तीन अंक दिए गए हैं। (किन्हीं आठ प्रश्नों को हल करना है।)
- (iv) विभाग ड : प्रश्न क्रमांक २७ से प्रश्न क्रमांक ३४ तक आठ दीर्घउत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न को चार अंक दिए गए हैं। (किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल करना है।)
- (v) लॉग सारिणी का उपयोग किया जा सकता है। परिगणक (calculator) का उपयोग नहीं किया जा सकता।
- (vi) दाहिनी ओर दिए गए अंक प्रश्नों के पूर्णांक हैं।
- (vii) आलेख पत्र (Graph paper) के उपयोग की आवश्यकता नहीं है। केवल कच्ची आलेख आकृति अपेक्षित है।
- (viii) बहुविकल्पीय प्रश्नों के लिए केवल प्रथम प्रयास का ही मूल्यमापन किया जाएगा।
- (ix) प्रत्येक नए विभाग के प्रश्नों का उत्तर नए पन्नों से प्रारंभ कीजिए।

विभाग - अ

प्र. १. निम्नलिखित बहुवैकल्पिक प्रश्नों के उत्तरों में से सही उत्तर चुनिए व लिखिए।

१६

(i) यदि $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ तो निम्नलिखित में से कौन-सा सही नहीं है?

(a) $\exists x \in A$ इस प्रकार कि $x + 3 = 8$

(b) $\exists x \in A$ इस प्रकार कि $x + 2 < 9$

(c) $\forall x \in A, x + 6 \geq 9$

(d) $\forall x \in A, x + 5 \leq 10$

(२)

(ii) $\sin \left[\sin^{-1} \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) - 3 \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right]$ का मान — है।

(a) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

(b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(d) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(२)

(iii) यदि $\hat{p}, \hat{q}$ और $\hat{r}$ मात्रक सदिश परस्पर लम्बवत् (mutually perpendicular vectors) हों एवम् एक दक्षिणावर्ती त्रिकुट (right handed triplet) का निर्माण करती हों तो $\hat{p} \cdot (\hat{q} \times \hat{r}) + \hat{q} \cdot (\hat{p} \times \hat{r}) + \hat{r} \cdot (\hat{p} \times \hat{q}) =$ —

(a) -2

(b) 0

(c) 1

(d) 3

(२)

(iv) बिंदुओं $A(3, 4, -1)$ और $B(2, -1, 3)$ से गुजरने वाली रेखा (line) का कार्तीय समीकरण (cartesian equation) — है।

(a) $\frac{x+3}{1} = \frac{y-4}{5} = \frac{z+1}{-4}$

(b) $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{-4}$

(c) $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{4}$

(d) $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{5} = \frac{z+1}{-4}$

(२)

--	--	--	--	--	--	--

(v) यदि $y = \log_x a$ तो $\frac{dy}{dx} = \text{---}$

(a) $\frac{-\log a}{x(\log x)^2}$

(b) $x \log a$

(c) $-\frac{1}{\log_x a}$

(d) $\frac{1}{x \log a}$

(२)

(vi) यदि $f(x) = \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}}$ और $g(x) = e^{\sin^{-1} x}$ तब $\int f(x) \cdot g(x) dx = \text{---}$ ।

(a) $e^{\sin^{-1} x} (1 - \sin^{-1} x) + c$

(b) $e^{\sin^{-1} x} (\sin^{-1} x - 1) + c$

(c) $e^{\sin^{-1} x} (\sin^{-1} x + 1) + c$

(d) $e^{\cos^{-1} x} (\cos^{-1} x - 1) + c$

(२)

(vii) $y = 2x$, X - अक्ष एवम् रेखाओं $x = -1$ और $x = 4$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल --- sq. units है।

(a) 15

(b) 17

(c) 16

(d) 14

(२)

(viii) एक द्विपद बंटन (binomial distribution) में, $E(X) = 6$, $\text{Var}(X) = 4.2$ तो n का मान --- है।

(a) 22

(b) 24

(c) 20

(d) 26

(२)

प्र. २. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

४

(i) $p \wedge t$ का द्वैत (dual) लिखिए।

(१)

(ii) समतल XZ (XZ plane) से बिंदु (3, -5, 6) की दूरी क्या है?

(१)

(iii) समय t पर एक कण (particle) का विस्थापन (displacement)

$$S = 3t^2 + 4t + 1 \text{ दिया गया है।}$$

समय t पर इसका वेग (velocity) ज्ञात कीजिए। (१)

(iv) अवकल समीकरण $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^{\frac{5}{2}} = 3\sqrt{\frac{dy}{dx}}$ की कोटि (order) लिखिए। (१)

विभाग - ब

निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं आठ प्रश्नों को हल कीजिए :

१६

प्र. ३. कथन (statement) $(\sim p \wedge q) \vee (p \wedge \sim r)$ के लिए स्विचिंग परिपथ (switching circuit) का निर्माण कीजिए। (२)

प्र. ४. आव्यूह $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$ के सहखंडों (cofactors) का आव्यूह ज्ञात कीजिए। (२)

प्र. ५. समीकरण $\cos 5\theta = \frac{1}{2}$ का व्यापक हल (general solution) ज्ञात कीजिए। (२)

प्र. ६. यदि $2x + y = 0$, $3x^2 + kxy + 2y^2 = 0$ द्वारा निरूपित रेखाओं में से एक रेखा (line) है तो k का मान ज्ञात कीजिए। (२)

प्र. ७. यदि $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ बिंदुओं A , B , C के क्रमशः स्थिति सदिश (position vectors) हों और $10\vec{a} = 7\vec{b} + 3\vec{c}$ है तो वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें बिंदु C रेखा खण्ड (segment) AB को विभाजित करता है। (२)

प्र. ८. रेखाओं $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ और $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \mu(\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})$ के बीच का कोण (angle) ज्ञात कीजिए। (२)

प्र. ९. परीक्षण कीजिए कि फलन $f(x) = x - \frac{1}{x}$, $x \in R$, $x \neq 0$ वर्धमान (increasing) अथवा ह्रासमान (decreasing) है। (२)

प्र. १०. ज्ञात कीजिए : $\int_{-1}^1 |x| dx$ (२)

--	--	--	--	--	--	--

प्र. ११. ज्ञात कीजिए : $\int x \log x \, dx$ (२)

प्र. १२. वक्र (curve) $x^2 + y = 0$, X - अक्ष और रेखाओं $x = 1$, $x = 4$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (२)

प्र. १३. एक यादृच्छिक चर X का प्रायिकता बंटन (probability distribution of r.v. X) नीचे दिया गया है:

$X = x$	0	1	2	3	4
$P(X = x)$	0.1	k	$2k$	$2k$	k

ज्ञात कीजिए - (i) k (ii) $F(2)$ (२)

प्र. १४. ज्ञात कीजिए: $\int \frac{e^x(1+x)}{\cos^2(xe^x)} dx$ (२)

विभाग - क

निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं आठ प्रश्नों को हल कीजिए :

२४

प्र. १५. सत्यता सारिणी (truth table) का उपयोग करके यह निर्धारित कीजिए कि क्या कथन नमूना $[(p \vee q) \wedge \sim p] \wedge \sim q$ एक पुनरुक्ति (tautology), या एक विरुद्धभाव (contradiction) या एक संभावना (contingency) है? (३)

प्र. १६. सिद्ध कीजिए: $\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{12}{13}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{56}{65}\right)$ (३)

प्र. १७. $\triangle ABC$ में यदि $a = 10$, $b = 8$, $c = 6$ तब मान ज्ञात कीजिए:
(i) $\sin\left(\frac{C}{2}\right)$ (ii) $\cos\left(\frac{B}{2}\right)$ (३)

प्र. १८. क्या चार बिंदु $A(1, 2, 1)$, $B(2, -3, 4)$, $C(3, 4, -5)$, $D(2, 3, -2)$ एक-प्रतलीय (coplanar) हैं? अपने उत्तर का औचित्य सिद्ध कीजिए। (Justify your answer). (३)

प्र. १९. समांतर रेखाओं (parallel lines) $\frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$ और $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$ के बीच दूरी (distance) ज्ञात कीजिए। (३)

- प्र. २०. बिंदु $A(2,1,1)$, $B(0,2,3)$ और $C(4,5,6)$ से जाने वाले समतल (plane passing through) का सदिश समीकरण (vector equation) ज्ञात कीजिए। (३)
- प्र. २१. यदि $y = \log \left[\frac{x + \sqrt{x^2 + a^2}}{\sqrt{x^2 + a^2} - x} \right]$, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। (३)
- प्र. २२. एक तार की लंबाई 36 से. मी. है उसे मोड़कर एक आयत (rectangle) बनाया गया है। यदि उसका क्षेत्रफल उच्चतम (maximum) हो तो उसकी विमाएँ (dimensions) ज्ञात कीजिए। (३)
- प्र. २३. फलन $f(x) = x^2 - 5x + 9$, $x \in [1, 4]$ के लिए रोले के प्रमेय (Rolle's theorem) को सत्यापित कीजिए। (३)
- प्र. २४. अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} - \sqrt{x^2 + y^2} = y$ को हल कीजिए। (३)
- प्र. २५. एक सतत यादृच्छिक चर का संभाव्यता वितरण फलन (p.d.f. of continuous r.v X) निम्नलिखित है:
- $$f(x) = \frac{x}{8}; \quad 0 < x < 4$$
- $$= 0; \quad \text{अन्यथा (otherwise)}$$
- (i) x का संचयी वितरण फलन (c.d.f) व्यक्त कीजिए।
- (ii) 0.5 और 5 पर $F(x)$ ज्ञात कीजिए। (३)
- प्र. २६. यदि एक यादृच्छिक चर X का बंटन फलन (p.m.f of r.v. X) निम्न प्रकार है:
- $$P(X = x) = {}^4C_x \left(\frac{5}{9} \right)^x \left(\frac{4}{9} \right)^{4-x}, \quad x = 0, 1, 2, 3, 4 \text{ के लिए}$$
- $$= 0 \quad ; \quad \text{अन्यथा (otherwise)}$$
- तब $E(X)$ और $\text{Var}(X)$ का मान ज्ञात कीजिए। (३)

--	--	--	--	--	--	--

विभाग - ड

निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए :

२०

- प्र. २७. आव्यूह (matrix) $\begin{bmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम (inverse) ज्ञात कीजिए। (४)
- प्र. २८. यदि $h^2 - ab \geq 0$ हो तो सिद्ध कीजिए कि x तथा y का द्विघातीय समांगी समीकरण (homogeneous equation of degree two) $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$, मूल बिंदु (origin) से गुजरने वाली रेखाओं के युग्म (a pair of lines) को निरूपित करता है। (४)
- प्र. २९. यदि $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ तीन अप्रतलीय (non coplanar) सदिश हैं तो सिद्ध कीजिए कि अंतरिक्ष (space) में कोई सदिश $\vec{r}$ को $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ के रैखिक संयोजन (Linear combination) में सिर्फ एक ही प्रकार से लिखा जा सकता है। (४)
- प्र. ३०. निम्नलिखित रेखीय प्रयोजक प्रश्न (L.P.P.) को आलेख पद्धति (graphical method) द्वारा हल कीजिए :
 न्यूनतम कीजिए : $z = 8x + 10y$
 शर्तें : $2x + y \geq 7$,
 $2x + 3y \geq 15$,
 $x \geq 0$,
 $y \geq 2$ (४)
- प्र. ३१. यदि $x = f(t)$ और $y = g(t)$, t के अवकलनीय फलन (differentiable function of t) हैं अतः y, x का अवकलनीय फलन है तथा $\frac{dx}{dt} \neq 0$ तो सिद्ध कीजिए:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$$

 अतः यदि $x = \sin t$, $y = \cos t$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। (४)

प्र. ३२. ज्ञात कीजिए: $\int \frac{2}{3+2\sin^2 x + 5\cos^2 x} dx$ (४)

प्र. ३३. सिद्ध कीजिए : $\int_{-a}^a f(x)dx = 2 \int_0^a f(x)dx$, यदि $f(x)$ सम (even) है।
 $= 0$; यदि $f(x)$ विषम (odd) है। (४)

प्र. ३४. न्यूटन के नियम के अनुसार एक पिंड (body) 20 मिनट में 100°C से 60°C तक ठंडा हो जाता है। आसपास का तापमान 20°C है। इसे 40°C तक ठंडा होने में कितना समय लगेगा? (४)

