

Page No. 1/12

Subject Code **J-282**

Seat No.

--	--	--	--	--	--	--	--

H

DATE : 24/06/2026

Time : 11.00 - 2.00

**SUBJECT : MATHEMATICS &
STATISTICS (COMMERCE) (88)**

DURATION : 3 Hours

TOTAL PAGES : 12

TOTAL MARKS : 80

- सूचना : (i) सभी प्रश्नों को हल करना अनिवार्य है।
(ii) यहाँ ६ प्रश्नों को दो विभागों में बाँटा गया है।
(iii) विभाग-१ तथा विभाग-२ के प्रश्नों को एक ही उत्तरपत्रिका में लिखिए।
(iv) लॉग सारणी का उपयोग करने की अनुमति है। गणनयंत्र का उपयोग वर्जित है।
(v) रेखीय संयोजन प्रश्न (L.P.P.) और समय श्रृंखला (Time series) प्रश्नों के लिए कच्ची आकृति अपेक्षित है, आलेख पत्र आवश्यक नहीं है।
(vi) सभी नए प्रश्नों के उत्तर नए पन्नों पर लिखिए।
(vii) प्रत्येक वस्तुनिष्ठ प्रश्न (प्रश्न १ और प्रश्न-४) के लिए केवल पहले प्रयास का ही गुणदान किया जाएगा।

विभाग - १

प्र. १. (अ) निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के विकल्पों में से सही विकल्प चुनकर लिखिए (६) १२

(प्रत्येक १ अंक) :

- (i) यदि p कोई कथन है तो $(p \vee \sim p)$ एक — है।
(अ) विरुद्ध भाव (contradiction)
(ब) पुनरुक्ति (tautology)
(क) आकस्मिकता (contingency)
(ड) इनमें से कोई नहीं (none of them)

(ii) यदि $A = \begin{bmatrix} 4 & x \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$ यह सहविशेष आव्यूह (singular matrix) है तो

$$x = \text{---}$$

(अ) 2

(ब) -2

(क) 3

(ड) -3

(iii) यदि $y = e^{\log x}$ तब $\frac{dy}{dx} = \text{---}$

(अ) $\frac{e^{\log x}}{x}$

(ब) $\frac{1}{2}$

(क) 1

(ड) (अ) और (क) दोनों

(iv) यदि $0 < \eta < 1$, तो माँग (demand) --- है।

(अ) लोचदार (elastic)

(ब) एकात्मक (unitary) लोचदार

(क) अपेक्षाकृत (relatively) लोचदार

(ड) अपेक्षाकृत अलोचदार (inelastic)

(v) $\int x^2 (3)^{x^3} dx = \text{---}$ है।

(अ) $\frac{(3)^{x^3}}{3 \cdot \log 3} + c$

(ब) $(3)^{x^3} + c$

(क) $(\log 3)(3)^{x^3} + c$

(ड) $x^2 (3)^{x^3} + c$

(vi) $\int_{-9}^9 \frac{x^3}{4-x^2} dx = \text{---}$

(अ) 1

(ब) 0

(क) -1

(ड) $\frac{3x^2}{(4-x^2)^2}$

--	--	--	--	--	--	--

(ब) निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य, लिखिए (प्रत्येक १ अंक) : (३)

- (i) किसी भी बिंदु (a, b) पर स्पर्श रेखा (tangent) की ढलान (slope), वक्र की प्रवणता (gradient) कहलाती है।
- (ii) $\int \frac{1}{2x+3} dx = \log |2x+3| + c$
- (iii) अवकल समीकरण के घात और कोटि (degree and order) सदैव धनात्मक पूर्णांक (positive integer) होते हैं।

(क) निम्नलिखित रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए (प्रत्येक १ अंक) : (३)

- (i) $(p \wedge \sim q) \vee t$ का द्वैत (dual) — है।
- (ii) $\int e^x \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \text{—}$
- (iii) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - y = x$ का एकीकृत कारक (integrating factor) — है।

प्र. २. (अ) निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ३ अंक) : (६) **१४**

- (i) कथन “अगर कोई आदमी अमीर है तो वह खुश है”
विधान का विलोम (converse), प्रतिलोम (inverse) तथा वैषम्य (contrapositive) लिखिए।
- (ii) संलग्न विधि (adjoint method) से सारणी का व्युत्क्रम (inverse) ज्ञात कीजिए :
- $$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 7 \end{bmatrix}$$
- (iii) किसी वस्तु की कीमत (y) के संबंध में उसकी मांग (x) में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।

$$\text{यदि } y = \frac{5x+7}{2x-13}$$

(ब) निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ४ अंक) :

(८)

(i) मूल्यांकन कीजिए : $\int \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x} + 4e^x + 13}} dx$

(ii) मूल्यांकन कीजिए : $\int_2^5 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{7-x}} dx$

(iii) दीर्घवृत्त (ellipse) का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$$

प्र. ३. (अ) निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ३ अंक) :

(६) १४

(i) परीक्षण करें कि क्या निम्नलिखित कथन नमूना एक पुनरुक्ति (tautology), एक विरोधाभास (contradiction) या एक आकस्मिकता (contingency) है?

$$[p \wedge (\sim p \vee q)]$$

(ii) यदि $x^y = e^{x-y}$ तो सिद्ध कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1 + \log x)^2}$$

(iii) उत्पादक कंपनी ₹ (180+4x) की कुल लागत (total cost) पर x वस्तुएँ बनाती है। इस उत्पाद का माँग फलन (demand function) $P = (240 - x)$ है x ज्ञात कीजिए जिसके लिए लाभ (profit) बढ़ रहा है।

(ब) निम्नलिखित में से किसी एक उपप्रश्न को हल कीजिए (प्रत्येक ४ अंक) :

(४)

(i) निम्नलिखित समीकरणों को लघुकरण विधि (method of reduction) से हल कीजिए :

$$x - y + z = 4$$

$$2x + y - 3z = 0$$

$$x + y + z = 2$$

--	--	--	--	--	--	--

- (ii) एक विशिष्ट वातावरण में जीवाणुओं की बढ़ने की दर मौजूद संख्या के समानुपाती होती है। यदि ऐसा दिखाई देता है कि उनकी संख्या 4 घंटों में दो गुनी होती हो तो 12 घंटों में उनकी संख्या कितने गुना होगी यह ढूँढ़ने के लिए अवकल समीकरण की अवधारणा का उपयोग (application of differential equation) कीजिए

(क) निम्नलिखित में से किसी एक कृति (activity) को पूर्ण कीजिए

(प्रत्येक ४ अंक):

(४)

- (i) किसी वस्तु के लिए माँग फलन (demand function) x , $x = 200 - 4p$, के रूप में दिया गया है, जहाँ p इकाई मूल्य (unit price) है। ज्ञात कीजिए :

(अ) p के फलन के रूप में माँग की लोच (elasticity of demand)

(ब) माँग की लोच जब $p = 10$;

अपने परिणामों की व्याख्या (interpret) कीजिए।

हल :

(अ) हमारे पास है,

$$x = 200 - 4p$$

∴ माँग की लोच है,

$$\eta = \frac{-p}{x} \square$$

$$= \frac{-p}{(200 - 4p)} \square$$

$$\therefore \eta = \frac{p}{50 - p}$$

(ब) $p = 10$ होने पर,

$$\eta = \frac{10}{\square}$$

$$= 0.25$$

∴ $p = 10$ होने पर, माँग $\square$ है।

(ii) निम्नलिखित अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} + y = 5$$

हल :

$$\frac{dy}{dx} + y = 5$$

दिया गया समीकरण एक रैखिक (linear) अवकल समीकरण है।

यहाँ $P = \square$, $Q = 5$

$\therefore$ एकीकृत कारक (I.F.) = $e^{\int p dx}$

$\therefore$ I.F. = $\square$

दिए गए रैखिक अवकल समीकरण का हल सूत्र द्वारा $\square$ है।

$$\therefore y \cdot e^x = \int 5 \cdot e^x dx + c$$

$\therefore \square$

--	--	--	--	--	--	--

विभाग - २

प्र. ४. (अ) निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के विकल्पों में से सही विकल्प चुनकर उत्तर लिखिए (प्रत्येक १ अंक) : (६) १२

(i) जिस तिथि को बिल समाप्त होता है उसे बिल की ——— कहा जाता है।

- (अ) कानूनी देय तिथि (legal due date)
- (ब) छूट की तिथि (date of discounting)
- (क) नाममात्र देय तिथि (nominal due date)
- (ड) आलेखन तिथि (date of drawing)

(ii) हानि = ———

- (अ) $\text{दावा} \times \frac{\text{बीमा मूल्य}}{\text{संपत्ति मूल्य}}$
- (ब) $\text{दावा} \times \frac{\text{संपत्ति मूल्य}}{\text{बीमा मूल्य}}$
- (क) $\text{दावा} \times \text{संपत्ति मूल्य}$
- (ड) $\text{दावा} \times \text{बीमा मूल्य}$

(iii) प्रतिगमन विश्लेषण में $b_{yx} \cdot b_{xy} = \text{—}$

- (अ) $V(x)$ (ब) σ_x
- (क) $(\sigma_y)^2$ (ड) r^2

(iv) चलित औसत (moving averages) ——— पहचानने में उपयोगी होते हैं।

- (अ) प्रवृत्ति घटक (trend component)
- (ब) अनियमित (irregular) घटक
- (क) मौसमी (seasonal) घटक
- (ड) चक्रीय (cyclical) घटक

(v) सरल समुच्चय विधि द्वारा मूल्य सूचकांक संख्या ——— द्वारा दी जाती है।

(अ) $\Sigma \frac{p_1}{p_0} \times 100$

(ब) $\Sigma \frac{p_0}{p_1} \times 100$

(क) $\frac{\Sigma p_1}{\Sigma p_0} \times 100$

(ड) $\frac{\Sigma p_0}{\Sigma p_1} \times 100$

(vi) L.P.P. का उद्देश्य फलन (objective function) ——— है।

(अ) एक प्रतिबंध (a constraint)

(ब) एक फलन जिसको अधिकतम (maximize) या न्यूनतम (minimize) किया जाता है।

(क) निर्णय चरों (decision variables) के बीच एक संबंध

(ड) एक व्यवहार्य क्षेत्र (feasible region)

(ब) निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य, लिखिए (प्रत्येक १ अंक) : (३)

(i) बैंकर छूट और वास्तविक छूट के बीच के अंतर को बैंकर का लाभ कहा जाता है।

(ii) 2 यंत्रों पर n कार्यों को अनुक्रमित करते समय की गई अभिकल्पनाओं में से एक यह है : किसी भी यंत्र पर एक समय में दो कार्यों को किया (load) जाना चाहिए।

(iii) सरल समग्र विधि द्वारा मात्रा सूचकांक संख्या, $\frac{\Sigma q_1}{\Sigma q_0} \times 100$ द्वारा दी जाती है।

(क) निम्नलिखित रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए (प्रत्येक १ अंक) : (३)

(i) यदि $P_{01}(L) = 225$, $P_{01}(P) = 144$ तो $P_{01}(F) = \text{————}$

(ii) $x \geq 0, y \geq 0$ इस असमीकरण द्वारा दर्शाया गया आलेखीय हल संच ——— चतुर्थांश (quadrant) में स्थित होता है :

(iii) स्वत्वार्पण समस्या (assignment problem) को हल करने के लिए आव्यूह (matrix) एक ——— आव्यूह होना चाहिए।

--	--	--	--	--	--	--

प्र. ५. (अ) निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ३ अंक): (६) **१४**

- (i) निम्नलिखित जानकारी के लिए 4 वर्षीय केंद्रित चलित औसत (4 yearly moving averages) प्राप्त कीजिए :

वर्ष	1971	1972	1973	1974	1975	1976
उत्पादन	1	0	1	2	3	2

वर्ष	1977	1978	1979	1980	1981	1982
उत्पादन	3	6	5	1	4	10

- (ii) वह क्रम ज्ञात कीजिए जो निम्नलिखित कार्यों को क्रम AB में पूरा करने के लिए व्यतीत किये गये कुल समय को न्यूनतम करता है। बीता हुआ कुल समय और यंत्र B के लिए निष्क्रिय समय भी ज्ञात कीजिए :

	कार्य (प्रसंस्करण समय मिनटों में)						
	I	II	III	IV	V	VI	VII
यंत्र A	12	6	5	11	5	7	6
यंत्र B	7	8	9	4	7	8	3

- (iii) एक कार कंपनी के पास 2 कारें हैं, जिन्हें प्रतिदिन किराये पर दिया जाता है। एक दिन में किराये पर ली गई कारों की संख्या औसत (mean) 1.5 के साथ पॉयसॉन (Poisson) वितरण का अनुसरण करती है। किसी दिए गए दिन कुछ माँग अस्वीकार कर दिए जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए :

[उपयोग कीजिए : $e^{-1.5} = 0.2231$]

(ब) निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ४ अंक): (८)

- (i) न्यूनतम (minimize) कीजिए : $z = 4x + 2y$

शर्तें :

$$3x + y > 27$$

$$x + y \geq 21$$

$$x + 2y \geq 30$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

उपरोक्त रेखीय संयोजन प्रश्न (L.P.P.) को आलेखीय विधि से हल कीजिए

- (ii) चार अलग अलग यंत्र, तीन आवश्यक कार्यों में से कोई भी कार्य कर सकते हैं, तथा प्रत्येक कार्य से अलग अलग लाभ प्राप्त होगा, जैसा कि नीचे दर्शाया गया है:

काम	यंत्रों का लाभ (₹ में)			
	A	B	C	D
1	35	40	43	41
2	40	48	44	43
3	50	45	46	48

इष्टतम स्वत्वार्पण अनुसूची (optimal assignment schedule) ज्ञात कीजिए।

- (iii) एक यादृच्छिक चर (random variable) का संभाव्यता वितरण (probability distribution) निम्न है :

x	1	2	3	4	5	6	7
$P[X=x]$	k	$2k$	$2k$	$3k$	k^2	$2k^2$	$7k^2+k$

ज्ञात कीजिए : (अ) k (ब) $P(X < 3)$
(क) $P(X > 6)$ (ड) $P(0 < X < 1)$

प्र. ६. (अ) निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ३ अंक): (६) १४

- (i) यदि कोई कंपनी एक यंत्र खरीदना चाहती है, जिसकी 4 वर्ष के अंत में अनुमानित लागत ₹ 4,31,000 है और ब्याज दर 5% वार्षिक है, तो कंपनी को प्रत्येक वर्ष के अंत में कितनी राशि अलग रखनी चाहिए?

[दिया गया है : $(1.05)^4 = 1.2155$]

- (ii) निम्नलिखित द्विचर आँकड़ों के लिए X पर Y (Y on X) की प्रतिगमन रेखा के समीकरण गणना कीजिए :

X	1	2	3	4	5
Y	5	7	9	11	13

- (iii) निम्नलिखित तालिका वर्ष 1975 से 1983 तक शराब पीकर गाड़ी चलाने के कारण (एक राज्य में) हुई यातायात दुर्घटनाओं में हुई मृतकों की संख्या दर्शाती है :

--	--	--	--	--	--	--	--

वर्ष	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983
मृतकों की संख्या	0	6	3	8	2	9	4	5	10

उपरोक्त जानकारी के लिए, प्रवृत्ति रेखा को कम-से-कम वर्ग विधि द्वारा (method of least squares) बनाइए।

(ब) निम्नलिखित में से किसी एक उपप्रश्न को हल कीजिए (प्रत्येक ४ अंक): (४)

(i) दिया गया है $\Sigma p_0 q_0 = 120$, $\Sigma p_0 q_1 = 160$, $\Sigma p_1 q_1 = 140$ तथा $\Sigma p_1 q_0 = 200$ लास्पेयर, पाश्चेस्, डॉरबीश बावलेस् तथा मार्शल-एजवर्थ मूल्य सूचकांक संख्या ज्ञात कीजिए।

(ii) एक पासे को 4 बार उछाला जाता है। यदि 'विषम संख्या प्राप्त करना' सफलता है, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए :

(अ) 2 बार सफलता

(ब) कम-से-कम 3 सफलताएँ

(ब) अधिक-से-अधिक 2 सफलताएँ

(क) निम्न में से किसी एक कृति को पूर्ण कीजिए (प्रत्येक ४ अंक): (४)

(i) राजेश को नकद (cash) बिक्री पर 10% और उधार (credit) बिक्री पर 8% दलाली मिलती है। यदि ₹ 50,000 की कुल बिक्री पर उसे ₹ 4,400 दलाली के रूप में मिलते हैं, तो उसके द्वारा नकद और उधार बिक्री पर की गई बिक्री ज्ञात कीजिए।

हल : माना कि नकद बिक्री ₹ x है।

∴ उधार बिक्री = ₹

कुल दलाली x पर 10% + $(50,000 - x)$ पर 8%

$$\therefore \text{ } = x \times \frac{10}{100} + (50,000 - x) \times \frac{8}{100}$$

$$\therefore x = \text{ }$$

∴ नकद बिक्री पर दलाली ₹ 20,000 है

तथा उधार बिक्री पर दलाली ₹ है।

- (ii) दो प्रतिगमन रेखाओं के समीकरण $16y + x = 64$ तथा $x + 4y = 5$ हैं। प्रतिगमन गुणांक तथा सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए।

हल : मान लीजिए कि X पर Y की प्रतिगमन रेखा (regression line) का समीकरण $16y + x = 64$ तथा Y पर X की प्रतिगमन रेखा का समीकरण $x + 4y = 5$ है।

अब, $16y + x = 64$ तथा $x + 4y = 5$

$$\therefore y = \frac{-1}{16}x + 4 \text{ तथा } x = -4y + 5$$

$$\therefore b_{yx} = \square \text{ तथा } b_{xy} = \square$$

$$b_{yx} \times b_{xy} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore b_{yx} \times b_{xy} < 1$$

$\therefore$ हमारी धारणा सही है।

$$\therefore r^2 = \square$$

$$\therefore r = \square$$

