DAY — 09 SEAT NUMBER | | | | | | | |

2026	II	21	1100	J-170	(M)

MATHEMATICS & STATISTICS (88)
(COMMERCE)

Time : 3 Hrs. **(15 Pages)** **Max. Marks : 80**

सूचना : (१) *सर्व प्रश्न सोडविणे अनिवार्य आहे.*

(२) *एकूण ६ प्रश्न दोन विभागांत विभागले आहेत.*

(३) *विभाग-१ व विभाग-२ यांची उत्तरे एकाच उत्तरपुस्तिकेत लिहावयाची आहेत.*

(४) *आवश्यक असल्यास लॉगॅरिथम सारणी (logarithmic table) देण्यात येईल. गणन यंत्राचा वापर करण्यास मनाई आहे .*

(५) *रेषीय उपयोजन (L. P. P.) आणि वेळ मालिका (time series) प्रश्नांसाठी आलेख कागदाचा वापर करणे अनिवार्य नाही. फक्त कच्ची आकृती आलेख अपेक्षित आहे.*

(६) *प्रत्येक नवीन प्रश्नाच्या उत्तराचा प्रारंभ नवीन पानावर करावा.*

(७) *प्रत्येक वस्तुनिष्ठ प्रश्नांसाठी (प्र.१ आणि प्र.४ फक्त पहिल्याच प्रयत्नास गुणदान केले जाईल.*

विभाग – १

प्र. १. **(अ)** खालील दिलेल्या प्रत्येक प्रश्नासाठी सर्वात योग्य पर्याय निवडा आणि लिहा : **[१२]**

(प्रत्येकी १ गुण) : (६)

(i) जर $y=\sqrt[3]{a^2+x^2}$ तर $\frac{dy}{dx}=$ _____.

(अ) $\frac{2}{3}x(a^2+x^2)^{\frac{-2}{3}}$

(ब) $\frac{2}{3}x(a^2+x^2)^{\frac{2}{3}}$

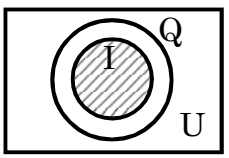
(क) $\frac{2}{3}(a^2+x^2)^{\frac{-2}{3}}$

(ड) $\frac{2}{3}(a^2+x^2)^{\frac{2}{3}}$

(ii) जर $y=\log\left(\frac{e^x}{x^2}\right)$ तर $\frac{dy}{dx}=$ _____

(अ) $\frac{2-x}{x}$ (ब) $\frac{x-2}{x}$

(क) $\frac{e-x}{e^x}$ (ड) $\frac{x-e}{ex}$

(iii) 

U : सर्व वास्तविक संख्यांचा संच

Q : सर्व परिमेय संख्यांचा संच

I : सर्व पूर्णांक संख्यांचा संच

वरील व्हेन आकृती, खालीलपैकी कोणत्या विधानाचे सत्य मूल्य दर्शविते?

(अ) काही पूर्णांक संख्या परिमेय संख्या आहेत.

(ब) सर्व पूर्णांक संख्या परिमेय संख्या आहेत.

(क) कोणतीही पूर्णांक संख्या परिमेय संख्या नाही.

(ड) सर्व परिमेय संख्या पूर्णांक संख्या आहेत.

SEAT NUMBER | | | | | | | |

(iv) बिंदू (1, 3) वरील वक्र $y=3x^2-x+1$ सामान्यचे समीकरण (equation of normal) ----- आहे.

(अ) $x-5y-16=0$ (ब) $x+5y-16=0$

(क) $x-5y+16=0$ (ड) $-5y-x-16=0$

(v) $\frac{dy}{dx}=1$ ची उकल ----- आहे.

(अ) $x+y=c$ (ब) $xy=c$

(क) $x^2+y^2=c$ (ड) $y-x=c$

(vi) जर $\int_0^a 3x^2dx=8$ तर $a=$ -----.

(अ) 2 (ब) 0

(क) $\frac{8}{3}$ (ड) 1

(ब) खालीलपैकी प्रत्येक विधान सत्य किंवा असत्य आहे ते सांगा (प्रत्येकी १ गुण) : (३)

(i) जर $y=20+15x+x^2$ तर $\frac{dx}{dy}=\frac{1}{15+2x}$

(ii) जर $\int\frac{x}{(1+x)(2+x)}dx=\int\left(\frac{A}{1+x}+\frac{B}{2+x}\right)dx$

तर $A=1$, $B=2$.

(iii) एका विकलन समीकरणाच्या क्रम आणि कोटी नेहमी धन पूर्णांक असतात.

(क) खाली दिलेल्या रिक्त जागा भरा (प्रत्येकी १ गुण) : (३)

(i) जेव्हा p आणि qचे सत्य मूल्य ----- आहेत तेव्हा विधान $p\leftrightarrow q$ सत्य आहे.

(ii) जर $y=e^{ax}$ तर $x\frac{dy}{dx}=$ _____.

(iii) जर $f(x)=x\cdot\log x$ तर त्याचे न्यूनतम मूल्य ----- आहे.

प्र. २. **(अ)** खालीलपैकी कोणतेही दोन उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ३ गुण) : (६) [१४]

(i) सत्य सारणीचा वापर करून खालील विधानबंध (statement pattern) पुनरुक्ती (tautology), परस्पर विरोध (contradiction) किंवा यापैकी कोणतेही नाही (आकस्मिकता) (contingency) हे तपासा.

$(p \wedge \sim q) \rightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

(ii) जर $e^x + e^y = e^{(x+y)}$ तर $\frac{dy}{dx} = -e^{y-x}$ दाखवा.

(iii) सोडवा : $\int \frac{1+x}{x+e^{-x}} dx$

(ब) खालीलपैकी कोणतेही दोन उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ४ गुण) : (८)

(i) संलग्न पद्धतीचा (adjoint method) वापर करून सारणी $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ चा व्यस्त (inverse) काढा.

(ii) जर एका व्यक्तीचा खर्च (expenditure) E_c व त्या बरोबर त्याचे उत्पन्न x असे दिले आहे की $E_c = 0.0006x^2 + 0.003x$

जेव्हा त्याचे उत्पन्न ₹ 200 असेल तेव्हा सरासरी उपभोग प्रवृत्ती (APC), सीमांत उपभोग प्रवृत्ती (MPC) शोधा. त्याच बरोबर सीमांत बचत प्रवृत्ती (MPS) आणि सरासरी बचत प्रवृत्ती (APS) शोधा.

(iii) सोडवा : $\int_2^7 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{9-x}} dx$

SEAT NUMBER | | | | | | | |

प्र. ३. **(अ)** खालीलपैकी कोणतेही दोन उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ३ गुण) : (६) [१४]

(i) जर मागणीचे फल $D = 50 - 3p - p^2$ तर $p = 5$ असेल तेव्हा मागणीची लवचिकता (elasticity of demand) शोधा. मिळालेल्या परिणामावर टिप्पणी करा.

(ii) जर p : तो पोहतो

q : पाणी उबदार आहे

खालील प्रतीकात्मक विधानांसाठी (symbolilc statements) मौखिक विधाने (verbal statements) द्या

(अ) $p \leftrightarrow \sim q$

(ब) $\sim(p \vee q)$

(क) $q \rightarrow p$

(iii) सोडवा : $\int \frac{1}{4x^2 - 20x + 17}\, dx$

(ब) खालीलपैकी कोणताही एक उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ४ गुण) : (४)

(i) खाली दिलेले विकलन समीकरण सोडवा :

$(x^2 - y^2)dx + 2xy\, dy = 0$

(ii) वक्र $x^2 = 16y$ आणि रेषा $y = 4$ ने बंदिस्त जागेचे क्षेत्रफळ शोधा.

(क) खालीलपैकी कोणतीही एक कृति पूर्ण करा (प्रत्येकी ४ गुण) : (४)

(i) खालील समीकरणे सारणी (matrix) स्वरूपात व्यक्त करा आणि सोपान पद्धतीद्वारे (method of reduction) सोडवा.

$x - y + z = 1,\ 2x - y = 1,\ 3x + 3y - 4z = 2$

उकल :

दिलेली समीकरणे सारणी स्वरूपात अशा प्रकारे लिहू शकतो.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & 3 & -4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$R_2 \to R_2 - 2R_1$ द्वारे

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ \square & \square & \square \\ 3 & 3 & -4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$R_3 \to R_3 - 3R_1$ द्वारे

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ \square & \square & \square \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$R_3 \to R_3 - 6R_2$ द्वारे

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ \square \end{bmatrix}$$

आपण समीकरणे अशी लिहू शकतो

$x - y + z = 1$ .....(I)

$y - 2z = -1$ .....(II)

$5z = 5$ .....(III)

समीकरणे (I), (II) व (III) सोडविल्यावर

आपल्याला मिळते $x = \square$, $y = \square$, $z = \square$

(ii) $Ax^2 + By^2 = 1$ संबंधातून विकलन समीकरण मिळवा. जेथे A व B स्थिरांक आहेत.

उकल :

दिलेले समीकरण $Ax^2 + By^2 = 1$ .....(I) आहे

समीकरण (I) ला x च्या सापेक्ष अवकलन केल्यास

$$\square\, x + 2By\frac{dy}{dx} = 0$$

$$Ax + By\frac{dy}{dx} = 0 \qquad \text{.....(II)}$$

समीकरण x ला (II) च्या सापेक्ष अवकलन केल्यास आम्हाला मिळते

$$A + B\boxed{\qquad} = 0 \qquad \text{.....(III)}$$

कारण समीकरणे (I), (II) आणि (III), A आणि B मध्ये सुसंगत आहेत.

$$\therefore \quad \begin{vmatrix} x^2 & y^2 & 1 \\ x & y\dfrac{dy}{dx} & 0 \\ 1 & \boxed{\qquad} & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\therefore \quad \left\{ x\left[y\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 \right] - y\frac{dy}{dx} \right\} = 0$$

$$\therefore \quad \square + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - y\frac{dy}{dx} - 0$$

विभाग – २

प्र. ४. **(अ)** खालील दिलेल्या प्रत्येक उपप्रश्नासाठी सर्वात योग्य पर्याय निवडा आणि लिहा **[१२]**

(प्रत्येकी १ गुण) : (६)

(i) दर्शनी मूल्य आणि वर्तमान मूल्य यातील फरकास ----- म्हणतात.

(अ) बँकर्सला सवलत (Banker's discount)

(ब) खरी सवलत (True discount)

(क) बँकर्सचा फायदा (Banker's gain)

(ड) रोख मूल्य (Cash value)

(ii) विमा कंपन्या ठराविक कालावधीने त्यांच्या ग्राहकांकडून निश्चित रक्कम गोळा करतात या रकमेला ----- म्हणतात.

(अ) समान मासिक हप्ता (EMI)

(ब) हप्ता (Installment)

(क) योगदान (Contribution)

(ड) हप्ता (Premium)

(iii) जर $b_{YX} > 1$ तर b_{XY} ------ आहे.

(अ) > 1

(ब) < 0

(क) $= 0$

(ड) < 1

(iv) खालीलपैकी कोणता वेळ मालिकेचा घटक असू शकत नाही?

(अ) हंगामी (seasonality)

(ब) चक्रीय (cyclical)

(क) कल (trend)

(ड) सरासरी (mean)

SEAT NUMBER | | | | | | | |

(v) सरळ एकत्रित पद्धतीने किंमत निर्देशांक क्रमांक ----- ने दिला जातो.

(अ) $\Sigma \frac{p_1}{p_0} \times 100$

(ब) $\Sigma \frac{p_0}{p_1} \times 100$

(क) $\frac{\Sigma p_1}{\Sigma p_0} \times 100$

(ड) $\frac{\Sigma p_0}{\Sigma p_1} \times 100$

(vi) जर व्यवहार्य प्रदेशाचे (feasible region) कोपरे बिंदू (0, 10), (2, 2) आणि (4, 0) असतील तर किमान $z = 3x + 2y$ चा बिंदू ----- आहे.

(अ) (2, 2) (ब) (0, 10)

(क) (4, 0) (ड) (2, 4)

(ब) खालीलपैकी प्रत्येक विधान सत्य किंवा असत्य आहेत ते सांगा (प्रत्येकी १ गुण) : (३)

(i) बँकर्सची सवलत नेहमी खऱ्या सवलती पेक्षा कमी असते.

(ii) भारित सापेक्ष पद्धतीचा वापर करून राहाणीचा किंमत निर्देशांक (cost of living index) $\frac{\Sigma IW}{\Sigma W}$ ने दिला जातो.

(iii) सोपवणी समस्येचे किमान समस्येमध्ये रूपांतर करण्यासाठी सारणीमधील सर्वात लहान घटक इतर सर्व घटकांमधून वजा केला जातो.

(क) खाली दिलेल्या रिक्त जागा भरा (प्रत्येकी १ गुण) : (३)

(i) बँकर्स सवलत आणि खरी सवलत यातील फरकास ----- म्हणतात.

(ii) जर $P_{01}(L) = 225, P_{01}(P) = 144$ तर $P_{01}(F) =$ ----- .

(iii) एका ताट धुणाऱ्या यंत्रामध्ये चिनी मातीच्या मोठ्या भांड्यांचे (crockery) (x) 40 नग ठेवले जाऊ शकतात. ही अट ---- अशा प्रकारे दिली जाते..

प्र. ५. **(अ)** खालीलपैकी कोणतेही दोन उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ३ गुण): (६) **[१४]**

(i) एका दुकानाचे मूल्य 3,60,000 रुपये आहे आणि त्याच्या किमतीच्या 75% साठी विमा उतरवला आहे. जर विम्याच्या हप्त्याचा दर 0.9% असेल तर दुकानाच्या मालकाने भरलेला विम्याचा हप्ता शोधा. दलालाला 15% दलाली मिळाल्यास दलालाची दलाली शोधा.

(ii) एखाद्या वस्तूचे उत्पादन (X) आणि मागणी (Y) याविषयी पुढील माहिती दिली आहे. Y वर X ची प्रतिगमन रेषा मिळवा.

	उत्पादन (X)	**मागणी (Y)**
सरासरी (Mean)	85	90
प्रमाणित विचलन (S.D.)	5	6

X आणि Y मधील सहसंबंधाचा गुणांक 0.6 आहे. जेव्हा मागणी 100 असेल तेव्हा अंदाजीत उत्पादन काढा.

(iii) खालील तक्त्यामध्ये कच्चे-लोह आणि फेरो मिश्रधातूंचे उत्पादन ('000 मेट्रिक टन) दाखविले आहे.

वर्षे	**1974**	**1975**	**1976**	**1977**	**1978**	**1979**	**1980**	**1981**	**1982**
उत्पादन	0	4	9	9	8	5	4	8	10

वरील माहिती वरून 5 वर्षीय चलित सरासरीचा वापर करून प्रवृत्ती मूल्ये काढा.

SEAT NUMBER | | | | | | | |

(ब) खालीलपैकी कोणतेही दोन उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ४ गुण) : (८)

(i) खालील रेषीय उपयोजन (LPP) आलेखीय पद्धतीने सोडवा.

लघुत्तम करा : $z = 8x + 10y$

अटी : $2x + y \geq 7,\ 2x + 3y \geq 15,$

$y \geq 2, x \geq 0, y \geq 0$

(ii) लघुत्तम करण्यासाठी खालील सोपवणी समस्या सोडवा.

पुरुष	कार्ये (तासांमध्ये)			
	I	II	III	IV
A	7	25	26	10
B	12	27	3	25
C	37	18	17	14
D	18	25	23	9

(iii) एका स्वतंत्र यादृच्छिक चल X (descrete r.v.X) चे संभाव्यता वितरण खालील प्रमाणे आहे :

x	1	2	3	4	5	6
$P(X = x)$	k	$2k$	$3k$	$4k$	$5k$	$6k$

(अ) k चे मूल्य ठरवा.

(ब) $P(X < 4), P(2 < X < 4), P(X \geq 3)$ शोधा.

प्र. ६. **(अ)** खालीलपैकी कोणतेही दोन उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ३ गुण) : (६) [१४]

(i) रकमेवर खरी सवलत वार्षिक 12% दराने देय रकमेच्या $\frac{3}{8}$ पट आहे. हुंडीचा कालावधी शोधा.

(ii) खालील माहिती 1977 ते 1984 मध्ये विकल्या गेलेल्या धान्याच्या पोत्यांची संख्या सामायिक करते.

वर्षे	**1977**	**1978**	**1979**	**1980**	**1981**	**1982**	**1983**	**1984**
पोत्यांची संख्या (१० हजारमध्ये)	1	0	3	8	10	4	5	8

वरील माहितीसाठी आलेखीय पद्धतीने प्रवृत्ती रेषा बनवा.

(iii) एका यादृच्छिक चल X चे संभाव्य वितरण फल (p.d.f.) खालील प्रमाणे आहे.

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x}{8}, & 0<x<4 \text{ साठी}\\ 0, & \text{अन्यथा}\end{cases}$$

(अ) $P(x<1.5)$

(ब) $P(1<x<2)$

(क) $P(x>2)$ शोधा.

(ब) खालीलपैकी कोणताही एक उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ४ अंक) : (४)

(i) खाली दिलेल्या द्विचलीय माहितीसाठी X वर Y च्या प्रतिगमन रेषचे समीकरण मिळवा.

X	1	2	3	4	5
Y	5	7	9	11	13

(ii) खालील माहितीसाठी (अ) लॅस्पेअरस आणि (ब) पाश्चेस किंमत निर्देशांक क्रमांकाची गणना करा.

वस्तू	मूळ वर्ष		चालू वर्ष	
	किंमत	प्रमाण	किंमत	प्रमाण
P	12	20	18	24
Q	14	12	21	16
R	8	10	12	18
S	16	15	20	25

(क) खालीलपैकी कोणतीही एक कृती पूर्ण करा (प्रत्येकी ४ गुण): (४)

(i) खाली दिलेल्या माहितीसाठी (यंत्रावर प्रक्रिया करण्याची वेळ तासांमध्ये दिली आहे) एकूण व्यतीत वेळ कमी करणाऱ्या कार्यांचा इष्टतम क्रम निश्चित करा. 3 यंत्रांसाठी एकूण व्यतीत वेळ आणि निष्क्रिय वेळ देखील शोधा.

कार्य	I	II	III	IV	V	VI	VII
यंत्र A	3	8	7	4	9	8	7
यंत्र B	4	3	2	5	1	4	3
यंत्र C	6	7	5	11	5	6	12

उकल :

येथे किमान $A = 3$, किमान $C = 5$, कमाल $B = 5$ किमान C कमाल B पेक्षा जास्त किंवा समान असल्याची अट पूर्तता होत आहे. समस्या दोन यंत्र समस्येत रूपांतरित केली जाऊ शकते.

समजा G आणि H ही दोन काल्पनिक यंत्रे आहेत.

$$\therefore \quad G = A + B, \; H = B + C$$

वरील गणित अशा प्रकारे लिहू शकतो :

कार्ये	I	II	III	IV	V	VI	VII
यंत्र G	7	11	9	9	10	12	10
यंत्र H	10	10	7	16	6	10	15

इष्टतम अनुक्रम अल्गोरिदम वापरून खालील क्रम मिळू शकतो.

			VI	II		

कार्य सारणी :

कार्ये	यंत्र A		यंत्र B		यंत्र C	
	आत	बाहेर	आत	बाहेर	आत	बाहेर
I	0	3	3	7	7	13
IV	3	7	7	12	13	24
☐	7	14	14	17	24	36
VI	14	22	22	26	36	42
II	22	30	30	33	☐	49
☐	30	37	37	39	49	54
V	37	46	46	47	54	59

$\therefore$ एकूण व्यतीत वेळ = 59 तास

यंत्र A साठी निष्क्रिय वेळ = ☐ तास

यंत्र B साठी निष्क्रिय वेळ = ☐ तास

यंत्र C साठी निष्क्रिय वेळ = 7 तास

(ii) एका शहरात 50 दिवसांच्या कालावधीत 10 अपघात होतात. अपघातांची संख्या पॉयसॉन वितरणाचे अनुसरण करते असे गृहीत धरून, एका दिवसात 3 किंवा अधिक अपघात होण्याची संभाव्यता शोधा.

(वापरा : $e^{-0.2} = 0.8187$)

उकल :

येथे $m =$ [ ] आणि $X \sim P(m)$

मापदंड m सह X चे p.m.f. असे आहे :

$$P(X = x) = \frac{e^{-m} \cdot m^x}{x!}, \; x = 0, 1, 2, \ldots$$

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3)$$

$$= 1 - [\,[\quad] + [\quad] + [\quad]\,]$$

$$= 1 - \left[\frac{e^{-0.2}(0.2)^0}{0!} + \frac{e^{-0.2}(0.2)^1}{1!} + \frac{e^{-0.2}(0.2)^2}{2!} \right]$$

$$= 1 - [0.8187(1 + 0.2 + 0.02)]$$

$$= 1 - [\quad]$$

$$= [\quad]$$

◆◆◆