

DAY — 09

SEAT NUMBER

--	--	--	--	--	--

2025 II 22

1100

J-317

(M)

**MATHEMATICS & STATISTICS (88)
(COMMERCE)**

Time : 3 Hrs.

(15 Pages)

Max. Marks : 80

- सूचना :
- (१) सर्व प्रश्न सोडविणे अनिवार्य आहे.
 - (२) एकूण ६ प्रश्न दोन विभागांत विभागले आहेत.
 - (३) विभाग-१ व विभाग-२ यांची उत्तरे एकाच उत्तरपुस्तिकेत लिहावयाची आहेत.
 - (४) आवश्यक असल्यास लॉगॅरिथम सारणी (logarithmic table) देण्यात येईल. गणन यंत्राचा वापर करण्यास मनाई आहे.
 - (५) रेषीय उपयोजन (L. P. P.) आणि वेळ मालिका (time series) प्रश्नांसाठी आलेख कागदाचा वापर करणे अनिवार्य नाही. फक्त कच्ची आकृती आलेख अपेक्षित आहे.
 - (६) प्रत्येक नवीन प्रश्नाच्या उत्तराचा प्रारंभ नवीन पानावर करावा.
 - (७) प्रत्येक वस्तुनिष्ठ प्रश्नांसाठी (प्र.१ आणि प्र.४ फक्त पहिल्याच प्रयत्नास गुणदान केले जाईल.

विभाग - १

प्र. १. (अ) खालील दिलेल्या प्रत्येक प्रश्नासाठी सर्वात योग्य पर्याय निवडा आणि लिहा : [१२]
(प्रत्येकी १ गुण) : (६)

- (i) जर p : तो बुद्धिमान आहे.
 q : तो बलवान आहे.

तर “तो बुद्धिमान किंवा बलवान आहे हे चुकीचे आहे” या विधानाचे प्रतीकात्मक रूप ----- आहे.

- (अ) $\sim p \vee \sim q$
(ब) $\sim (p \wedge q)$
(क) $\sim (p \vee q)$
(ड) $p \vee \sim q$

(ii) $\int \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 dx = \text{-----}$

(अ) $\frac{1}{4} \left(x + \frac{1}{x}\right)^4 + c$

(ब) $\frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} + 3 \log x - \frac{1}{2x^2} + c$

(क) $\frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} + 3 \log x + \frac{1}{x^2} + c$

(ड) $(x - x^{-1})^3 + c$

(iii) $\int_2^7 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{9-x}} dx =$

(अ) $\frac{7}{2}$

(ब) $\frac{5}{2}$

(क) 7

(ड) 2

(iv) वक्र $y = x^2$ आणि रेषा $y = 4$ ने बंदिस्त क्षेत्राचे क्षेत्रफळ ----- आहे.

(अ) $\frac{32}{3}$ चौ. एकक

(ब) $\frac{64}{3}$ चौ. एकक

(क) $\frac{16}{3}$ चौ. एकक

(ड) 64 चौ. एकक

(v) विकलनीय समीकरण $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = a^x$ चा क्रम आणि कोटी

क्रमशः ----- आहे.

(अ) 1, 1

(ब) 1, 2

(क) 2, 2

(ड) 2, 1

(vi) विकलनीय समीकरणाचा $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^3 - 3$ एकत्रीकरण घटक (I.F.) ----- आहे.

(अ) $\log x$

(ब) e^x

(क) $\frac{1}{x}$

(ड) x

(ब) खालीलपैकी प्रत्येक विधान सत्य किंवा असत्य आहे ते सांगा (प्रत्येकी १ गुण) : (३)

(i) जर A एक सारणी आणि K एक स्थिरांक असेल तर $(KA)^T = KA^T$

(ii) $\int \log x \, dx = x \log x + x + c$

(iii) $bx + ay = ab$ पासून अनियंत्रित स्थिरांक काढून टाकून प्राप्त केलेले

विकलन समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$ आहे.

(क) खाली दिलेल्या रिक्त जागा भरा (प्रत्येकी १ गुण) : (३)

(i) जर सरासरी महसूल $R_A = 50$ असेल आणि मागणीची लवचिकता

$\eta = 5$ असेल तर किरकोळ महसूल R_M ----- आहे.

(ii) $\int e^x \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \text{-----} + c$

(iii) जर $f'(x) = x^2 + 5$ आणि $f(0) = -1$ तर $f(x) = \text{-----}$

प्र. २. (अ) खालीलपैकी कोणतेही दोन उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ३ गुण) : (६) [१४]

(i) “जर त्रिकोण समभुज असेल तर तो समकोण असेल.”

ह्या विधानाचे विरुद्ध (converse), व्यस्त (inverse) आणि विपरीत (contrapositive) विधाने लिहा.

(ii) जर $\left\{ 5 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x-1 \\ y+1 \\ 2z \end{bmatrix}$ तर x, y, z शोधा.

(iii) सोडवा : $\int \frac{1}{x(x^6 + 1)} dx$

(ब) खालीलपैकी कोणतेही दोन उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ४ गुण) : (८)

(i) व्यस्त पद्धतीने (method in inversion) खालील समीकरणे सोडवा:

$$2x - y + z = 1$$

$$x + 2y + 3z = 8$$

$$3x + y - 4z = 1$$

- (ii) जर एका व्यक्तीचा खर्च E_c , त्याचे उत्पन्न I बरोबर असे दिलेले आहे की $E_c = (0.0003)I^2 + (0.075)I$ जेव्हा $I=1000$ असेल तर MPC, MPS, APC आणि APS शोधा.

(iii) सोडवा : $\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + 6x + 5}$

प्र. ३. (अ) खालीलपैकी कोणतेही दोन उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ३ गुण) :

(६) [१४]

- (i) जर $y = (x)^x + (a)^x$ तर $\frac{dy}{dx}$ शोधा.
- (ii) अन्वस्त (parabola) $y^2 = 25x$ आणि रेषा $x=5$ मधील बंदिस्त क्षेत्राचे क्षेत्रफळ शोधा.
- (iii) $y = Ae^{3x} + Be^{-3x}$ संबंधातून अनियंत्रित स्थिरांक काढून टाकून विकलन समीकरण शोधा.

(ब) खालीलपैकी कोणताही एक उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ४ गुण) :

(४)

- (i) सत्य सारणी वापरून, पडताळणी करा :

$$p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

- (ii) जर $x = \frac{4t}{1+t^2}$, $y = 3\left(\frac{1-t^2}{1+t^2}\right)$,

तर दाखवा $\frac{dy}{dx} = \frac{-9x}{4y}$

(क) खालीलपैकी कोणतीही एक कृति सोडवा (प्रत्येकी ४ गुण):

(४)

- (i) संख्या 84 दोन भागांमध्ये अशा प्रकारे विभाजित करा जेणेकरून पहिला भाग आणि दुसऱ्या भागाच्या वर्गाचा गुणाकार जास्तीत जास्त असेल.

उकल:

समजा पहिला भाग x तर दुसरा भाग $84 - x$ असेल.

$$\therefore f(x) = \boxed{}$$

$$\therefore f'(x) = 168x - 3x^2$$

टोकाच्या मूल्यांसाठी $f'(x) = 0$

$$\therefore 168x - 3x^2 = 0$$

$$\therefore 3x(56 - x) = 0$$

$$\therefore x = \boxed{} \text{ किंवा } \boxed{}$$

$$f''(x) = 168 - 6x$$

$$\text{जर } x = 0, f''(0) = 168 - 6(0) = 168 > 0$$

म्हणून फल $x = 0$ वर किमान पोहोचते

$$\text{जर } x = 56, f''(56) = \boxed{} < 0$$

म्हणून फल $x = 56$ वर कमाल पोहोचते.

$\therefore$ 84 चे दोन भाग $\boxed{}$ आणि $\boxed{}$ आहेत.

- (ii) खाली दिलेले विकलन समीकरण सोडवा :

$$(x^2 - yx^2)dy + (y^2 + xy^2)dx = 0$$

उकल :

चलांना वेगवेगळे केल्यानंतर दिलेले समीकरण अशा प्रकारे लिहिता येते

$$\boxed{} dy + \boxed{} dx = 0$$

$$\therefore \left(y^{-2} - \frac{1}{y}\right)dy + \left(x^{-2} + \frac{1}{x}\right)dx = 0$$

$$\boxed{} dy - \frac{1}{y} dy + x^{-2} dx + \boxed{} dx = 0$$

समाकलन केल्यावर आम्हाला मिळते

$$\int y^{-2} dy - \int \frac{1}{y} dy + \int x^{-2} dx + \int \frac{1}{x} dx = 0$$

$$\therefore \frac{y^{-1}}{-1} - \boxed{} + \frac{x^{-1}}{-1} + \boxed{} = c$$

$$-\frac{1}{y} - \frac{1}{x} + \log x - \log y = c$$

$$\log x - \log y = \boxed{} + c$$

हा आवश्यक उकल आहे.

विभाग - २

प्र. ४. (अ) खाली दिलेल्या प्रत्येक प्रश्नासाठी सर्वात योग्य पर्याय निवडा आणि लिहा

[१२]

(प्रत्येकी १ गुण) :

(६)

(i) दलाल जो त्याच्या मालकाला हमी देतो की पक्ष मालाची विक्री किंमत देईल त्याला ----- असे म्हणतात.

(अ) लिलाव करणारा (Auctioneer)

(ब) आश्वासक दलाल (Del credere agent)

(क) घटक (Factor)

(ड) दलाल (Broker)

(ii) सामान्य वार्षिकी मध्ये देणे किंवा पावत्या ----- होतात.

(अ) प्रत्येक कालावधीच्या सुरुवातीस

(ब) प्रत्येक कालावधीच्या अखेरीस

(क) प्रत्येक कालावधीच्या मध्यात

(ड) त्रैमासिक तत्त्वावर

(iii) चलित सरासरी ----- ओळखण्यासाठी उपयुक्त आहेत.

- (अ) हंगामी घटक
- (ब) अनियमित घटक
- (क) कल घटक
- (ड) चक्रीय घटक

(iv) जर $P_{01}(L) = 90$ आणि $P_{01}(P) = 40$ तर $P_{01}(D - B)$ तर ----
---- आहे.

- (अ) 65
- (ब) 50
- (क) 25
- (ड) 130

(v) सोपवणी समस्यांचे उद्दिष्ट ----- नियुक्त करणे आहे.

- (अ) जास्तीत जास्त किमतीत कामांची संख्या समान व्यक्तींची संख्या
- (ब) कमीत कमी किमतीत कामांची संख्या समान व्यक्तींची संख्या
- (क) फक्त खर्च वाढवण्यासाठी
- (ड) फक्त खर्च कमी करण्यासाठी

(vi) दोन निष्पक्ष फासे फेकले जातात तेव्हा मिळणाऱ्या दोन संख्यांच्या बेरजेचे अपेक्षित मूल्य ----- असते.

- (अ) 5
- (ब) 6
- (क) 7
- (ड) 8

(ब) खालील दिलेली विधाने सत्य किंवा असत्य आहेत ते सांगा (प्रत्येकी १ गुण) : (३)

(i) जर $b_{yx} + b_{xy} = 1.30$ आणि $r = 0.75$ तर दिलेली माहिती विसंगत आहे.

- (ii) चक्रीय भिन्नता वर्षातून अनेक वेळा येऊ शकते.
- (iii) जीवनावश्यक निर्देशांक क्रमांक पैशाची क्रयशक्ती मोजण्यासाठी वापरला जातो.

(क) खाली दिलेल्या रिक्त जागा भरा (प्रत्येकी १ गुण) : (३)

- (i) बँकेची सवलत वजा केल्यावर हुंडी धारकास दिलेली रक्कम ----- म्हणून ओळखली जाते.
- (ii) वेळ मालिकेचा कल मोजण्याची सोपी पद्धत ----- आहे.
- (iii) भारित एकत्रित पद्धतीनुसार प्रमाण निर्देशांक क्रमांक ----- द्वारे दिला जातो.

प्र. ५. (अ) खालीलपैकी कोणतेही दोन उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ३ गुण) : (६) [१४]

- (i) खालील माहितीसाठी योग्य प्रतिगमन समीकरणाची गणना करा.

X	1	2	3	4	5
Y	5	7	9	11	13

X हे स्वतंत्र चल आहे आणि Y हे अवलंबित चल आहे.

- (ii) कंपनी सिमेंट आणि वाळूच्या ठोस विटा बनवते. ठोस विटेचे वजन किमान 5 किलो असावे. सिमेंट 20 रुपये किलो आणि वाळू 6 रुपये किलो आहे. मजबुती वर विचार केला तर ठोस विटांमध्ये कमीत कमी 4 किलो सिमेंट आणि 2 किलो पेक्षा जास्त वाळू नसावी. वरील किंमत किमान असावी यासाठी रेषीय उपयोजन समस्या (L.P.P.) तयार करा.
- (iii) निःपक्षपाती नाण्याच्या तीन नाणेफेकमध्ये छाण्याच्या संख्येचा मध्य (mean) शोधा.

(ब) खालीलपैकी कोणतेही दोन उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ४ गुण) :

(८)

- (i) 4- वर्षीय केंद्रित चलित सरासरीचा वापर करून खालील माहितीसाठी कल मूल्ये (trend values) मिळवा:

वर्ष	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985
निर्देशांक	0	2	3	3	2	4	5	6	7	10

- (ii) खालील कार्ये पूर्ण करण्यासाठी AB या क्रमाने एकूण व्यतीत वेळ कमी करणारा कार्याचा क्रम शोधा. एकूण व्यतीत वेळ आणि यंत्र B साठी निष्क्रिय वेळ शोधा :

कार्ये	I	II	III	IV	V	VI	VII
यंत्र A	7	16	19	10	14	15	5
यंत्र B	12	14	14	10	16	5	7

- (iii) 52 पत्त्यांच्या चांगल्या फेरफार केलेल्या गड्डीमधून 5 पत्ते एकापाठोपाठ काढली जातात:
- (अ) पाचही पत्ते इसपीक आहेत.
- (ब) फक्त 3 पत्ते इसपीक आहेत. त्याची संभाव्यता शोधा.

प्र. ६. (अ) खालीलपैकी कोणतेही दोन उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ३ गुण) :

(६) [१४]

- (i) ₹ 8,00,000 किंमतीच्या एका घराचा विमा त्याच्या किंमतीच्या 75% एवढा उतरविण्यात आला. जर विम्याच्या हप्त्याचा दर 0.80% असेल तर घरमालकाने भरलेल्या विम्याच्या हप्त्याची रक्कम शोधा. जर दलालाच्या दलालीचा दर विम्याच्या हप्त्याच्या 9% असेल तर दलालाची दलाली शोधा.

(ii) खालील रेषीय उपयोजन समस्या (L.P.P.) आलेखीय पद्धतीने सोडवा :

महत्तम करा : $z = 4x + 6y$

अटी : $3x + 2y \leq 12$

$x + y \geq 4$

$x, y \geq 0$

(iii) प्लायवुड पाटीवरील दोष यादृच्छिकपणे आढळतात आणि सरासरी एक दोष प्रति 50 चौरस फूट आहे. अशा पाटीची संभाव्यता शोधा ज्यामध्ये

(अ) दोष नाही

(ब) किमान एक दोष आहे.

(वापरा $e^{-1} = 0.3678$)

(ब) खालीलपैकी कोणताही एक उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ४ अंक):

(४)

(i) दोन प्रतिगमन रेषांचे समीकरण $10x - 4y = 80$ आणि

$10y - 9x = -40$ आहे.

शोधा :

(अ) $\bar{x}$ आणि $\bar{y}$

(ब) b_{YX} आणि b_{XY}

(क) r

(ड) जर $\text{var}(Y) = 36$ तर $\text{var}(X)$ मिळवा.

(ii) राहणीमान किंमत निर्देशांकाची किंमत 150 असल्यास x शोधा :

गट	अन्न	कपडे	इंधन आणि विद्युत	घरभाडे	इतर
I	180	120	300	100	160
W	4	5	6	x	3

(क) खालीलपैकी कोणतीही एक कृती पूर्ण करा (प्रत्येकी ४ गुण):

(४)

- (i) 25 ऑक्टोबर 2017 रोजी एका बँकेत ₹18,000 ची हुंडी ₹17,568 ला वटवण्यात आली. जर व्याजाचा वार्षिक दर 12% असेल, तर कायदेशीर देय तारीख काय आहे?

उकल :

दिले आहे $SD = 18,000$; $CV = 17,568$,

$r = 12\%$ प्रतिवर्ष

आता, $BD = \boxed{}$

$$= 18,000 - 17,568$$

$$= ₹ 432$$

तसेच $BD = \boxed{}$

$$\therefore 432 = \frac{18,000 \times n \times 12}{100}$$

$$n = \frac{432 \times 100}{18,000 \times 12}$$

$$n = \frac{1}{5} \text{ वर्षे} = \boxed{} \text{ दिवस}$$

ज्या कालावधीसाठी सवलत वजा केली जाते तो 73 दिवसांचा आहे. जो

सवलतीच्या तारखेपासून म्हणजेच 25 ऑक्टोबर 2017 मोजला जातो:

ऑक्टोबर	नोव्हेंबर	डिसेंबर	जानेवारी	एकूण
6	30	31	6	73

त्यामुळे कायदेशीर देय तारीख $\boxed{}$ आहे.

(ii) न्यूनतम करण्यासाठी खालील सोपवणी समस्या सोडवा.

	I	II	III	IV	V
1	18	24	19	20	23
2	19	21	20	18	22
3	22	23	20	21	23
4	20	18	21	19	19
5	18	22	23	22	21

उकल :

पायरी -I:

त्या रांगेतील प्रत्येक घटकातून प्रत्येक रांगेतील सर्वात लहान घटक वजा करा.

$$\begin{array}{c} \text{I} \quad \text{II} \quad \text{III} \quad \text{IV} \quad \text{V} \\ 1 \left[\begin{array}{ccccc} 0 & 6 & 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 2 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 3 & 0 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 3 & 1 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 5 & 4 & 3 \end{array} \right] \end{array}$$

पायरी -II:

त्या स्तंभाच्या प्रत्येक घटकातून प्रत्येक स्तंभातील सर्वात लहान घटक वजा करा.

$$\begin{array}{c} \text{I} \quad \text{II} \quad \text{III} \quad \text{IV} \quad \text{V} \\ 1 \left[\begin{array}{ccccc} 0 & 6 & 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 2 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 4 & 5 & 4 & 2 \end{array} \right] \end{array}$$

पायरी -III:

सर्व शून्य व्यापणाच्या किमान रेषा काढा.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \left[\begin{array}{ccccc} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} & \text{V} \\ 0 & 6 & 1 & 2 & 4 \\ -1 & -3 & -2 & -0 & -3 \\ -2 & -3 & 0 & -1 & -2 \\ -3 & -0 & -3 & -1 & -0 \\ 0 & 4 & 5 & 4 & 2 \end{array} \right]$$

येथे कमीत कमी रेषांची संख्या (4) < सारणीचा क्रम (5)

पायरी -IV:

सर्वात लहान न व्यापलेला घटक 1 आहे, जो सर्व न व्यापलेल्या घटकांमधून वजा करून दोन रेषांच्या छेदनबिंदूवर असलेल्या सर्व घटकांमध्ये जोडायचा आहे.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \left[\begin{array}{ccccc} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} & \text{V} \\ 0 & 5 & 0 & \square & 3 \\ 2 & 3 & 2 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 0 & \square & 2 \\ 3 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & 3 & \square \end{array} \right]$$

पायरी -V:

सर्व शून्य व्यापणाच्या आवश्यक किमान रेषा काढा.

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \left[\begin{array}{ccccc} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} & \text{V} \\ 0 & 5 & 0 & 1 & 3 \\ -2 & -3 & -2 & -0 & -3 \\ 3 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ -3 & -0 & -3 & -1 & -0 \\ 0 & 3 & 4 & 3 & 1 \end{array} \right]$$

येथे कमीत कमी रेषांची संख्या $\neq$ सारणीचा क्रम

पायरी -VI:

सर्वात लहान न व्यापलेला घटक (1) आहे, जो सर्व न व्यापलेल्या घटकांमधून वजा करून दोन रेषांच्या छेदन बिंदूवर असलेल्या सर्व घटकांमध्ये जोडायचा आहे.

$$\begin{array}{c} \text{I} \quad \text{II} \quad \text{III} \quad \text{IV} \quad \text{V} \\ 1 \left[\begin{array}{ccccc} \cancel{0} & - & \cancel{4} & - & \cancel{0} & - & \cancel{0} & - & \cancel{2} \\ 3 & & 3 & & 3 & & 0 & & 3 \\ 3 & & \square & & 0 & & 0 & & \square \\ 4 & - & 0 & - & 4 & - & 0 & - & 0 \\ 5 & - & 0 & - & 2 & - & 1 & - & 2 & - & 0 \end{array} \right] \end{array}$$

आता कमीत कमी रेषांची संख्या = सारणीचा क्रम.

इष्टतम सोपवणी केली जाऊ शकते

इष्टतम उकल:

1 → I

2 → IV

3 →

4 →

5 → V आहे.

न्यूनतम मूल्य =

