DAY —— **08** SEAT NUMBER | | | | | | |

2024	VII	25	1100	**J-179**	(M)

MATHEMATICS & STATISTICS (88)
(COMMERCE)

Time : 3 Hrs. **(11 Pages)** **Max. Marks : 80**

सूचना : (१) सर्व प्रश्न सोडविणे अनिवार्य आहे.

(२) एकूण ६ प्रश्न दोन विभागांत विभागले आहेत.

(३) विभाग-१ व विभाग-२ यांची उत्तरे एकाच उत्तरपुस्तिकेत लिहावयाची आहेत.

(४) आवश्यक असल्यास लॉगॅरिथम सारणी (logarithmic table) देण्यात येईल. गणन यंत्राचा वापर करण्यास मनाई आहे .

(५) रेषीय उपयोजन (L. P. P.) आणि वेळ मालिका (Time series) प्रश्नांसाठी आलेख कागदाचा वापर करणे अनिवार्य नाही. फक्त कच्ची आकृती आलेख अपेक्षित आहे.

(६) प्रत्येक नवीन प्रश्नाच्या उत्तराचा प्रारंभ नवीन पानावर करावा.

(७) प्रत्येक वस्तुनिष्ठ प्रश्नांसाठी (प्र. १ आणि प्र. ४) फक्त पहिल्याच प्रयत्नास गुणदान केले जाईल.

विभाग - १

प्र. १. **(अ)** खाली दिलेल्या प्रत्येक प्रश्नासाठी सर्वांत योग्य पर्याय निवडा आणि लिहा (प्रत्येकी १ गुण) : **[१२]** (६)

(i) खालीलपैकी कोणते वाक्य तर्कशास्त्रातील विधान आहे?

(अ) तो एक चांगला कलाकार आहे.

(ब) तू अजून दुपारचे जेवण केलेस का?

(क) प्रत्येक वास्तविक संख्या ही एक जटिल संख्या असते.

(ड) मोटार येथे आणा.

(ii) जर $y = 2x^2 + \log 2 + 5$ तर $\frac{dy}{dx} =$ _____

(अ) x (ब) $4x$

(क) $2x + \log 2$ (ड) $-4x$

(iii) जर $x = 2at^2, y = 4at$, तर $\frac{dy}{dx} =$ _____

(अ) $-\frac{1}{2at^2}$ (ब) $\frac{1}{2at^3}$

(क) $\frac{1}{t}$ (ड) $\frac{1}{4at^3}$

(iv) बिंदू $P(-1,-2)$ वरील वक्र $y = x^2 + 4x + 1$ स्पर्शिकेचे समीकरण .... असेल.

(अ) $2x - y = 0$ (ब) $x + 2y + 5 = 0$

(क) $2x + 4 = 3y$ (ड) $5x + y = 1$

(v) $\int_{-2}^{3} \frac{dx}{x+5} =$ _____

(अ) $-\log\left(\frac{8}{3}\right)$ (ब) $3 \log\left(\frac{3}{8}\right)$

(क) $\log\left(\frac{8}{3}\right)$ (ड) $-2 \log\left(\frac{3}{8}\right)$

(vi) विकलनीय समीकरण $\frac{d^2x}{dt^2} + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + 8 = 0$ चा क्रम (order) आणि कोटी (degree) _____ आहे.

(अ) क्रम = 2, कोटी = 2 (ब) क्रम = 1, कोटी = 2

(क) क्रम = 1, कोटी = 1 (ड) क्रम = 2, कोटी = 1

(ब) खालीलपैकी प्रत्येक विधान सत्य किंवा असत्य आहे ते सांगा (प्रत्येकी १ गुण) : (३)

(i) प्रत्येक एकक सारणी (identity matrix) ही एक अदिश सारणी (scalar matrix) असते.

(ii) वस्तूच्या किमतीच्या (y) संदर्भात मागणी (x) बदलण्याचा दर $\frac{dy}{dx}$ असेल.

(iii) $\frac{dy}{dx} - y = x$ ह्या विकलनीय समीकरणाचा (I. F.) एकत्रीकरण घटक e^x असेल.

(क) खाली दिलेल्या रिक्त जागा भरा (प्रत्येकी १ गुण) : (३)

(i) जर $y = x.\log x$ तर $\frac{d^2y}{dx^2} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

(ii) जर किरकोळ महसूल $R_m = 40$ आणि मागणीची लवचीकता $\eta = 5$ असेल तर सरासरी महसूल R_A .... असेल.

(iii) $y = x^4$, $x = 1$, $x = 5$ आणि X -अक्ष यांनी बंदिस्त असलेल्या जागेचे क्षेत्रफळ .... असेल.

प्र. २. **(अ)** खालीलपैकी कोणतेही <u>दोन</u> उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ३ गुण) : (६) **[१४]**

(i) 'जर ट्रेन वेळेवर पोहोचली तर मी पुढील विमान प्रवास करू शकतो'. ह्या विधानाचे विरुद्ध (converse), व्यस्त (inverse) आणि विपरीत (contrapositive) विधाने लिहा.

(ii) जर $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & a \\ -1 & b \end{bmatrix}$ आणि जर $(A+B)^2 = A^2 + B^2$ तर a आणि b च्या किमती शोधा.

(iii) जर $y = (x)^x + (a)^x$ तर $\frac{dy}{dx}$ शोधा.

(ब) खालीलपैकी कोणतेही <u>दोन</u> उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ४ गुण) : (८)

(i) सोडवा : $\int \frac{x}{4x^4 - 20x^2 - 3} dx$

(ii) सोडवा : $\int_{1}^{3} \log x \, dx$

(iii) जिवाणूंच्या विशिष्ट वातावरणात, त्यांच्या वाढीचा दर उपस्थित असलेल्या संख्येच्या प्रमाणात आहे. जर असे दिसून येते की त्यांची संख्या 4 तासांत दुप्पट होते तर 12 तासांत त्यांची संख्या किती पट होईल?

प्र. ३. **(अ)** खालीलपैकी कोणतेही <u>दोन</u> उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ३ गुण) : (६) **[१४]**

(i) 36 सेमी लांबीची धातूची तार आयत बनविण्याकरिता वाकवली गेली. जर आयताचे क्षेत्रफळ कमाल असेल तर त्याची परिमाणे (dimensions) शोधा.

(ii) सोडवा : $\int \frac{2x+1}{x(x-1)(x-4)} dx$

(iii) $y^2 = 25x$ आणि रेषा $x = 4$ ने बंदिस्त असलेल्या जागेचे क्षेत्रफळ शोधा.

(ब) खालीलपैकी कोणताही <u>एक</u> उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ४ गुण) : (४)

(i) सत्यता सारणी (truth table) चा वापर करून खालील विधानबंधाची पडताळणी करा :

$\sim(p \to \sim q) \equiv p \wedge \sim(\sim q) \equiv p \wedge q$

(ii) खालील दिलेली समीकरणे व्यस्त पद्धतीने सोडवा :

$x + y + z = 1, \; x - y + z = 2, \; x + y - z = 3$

(क) खालीलपैकी कोणतीही <u>एक</u> कृति पूर्ण करा (प्रत्येकी ४ गुण) : (४)

(i) x वस्तूंच्या निर्मितीची किंमत $C = x^3 - 16x^2 + 47x$ द्वारे दिली जाते. x च्या कोणत्या मूल्यांसाठी सरासरी किंमत कमी होत आहे?

उकल : दिले आहे $C = x^3 - 16x^2 + 47x$

सरासरी किंमत $C_A = \frac{C}{x}$

$\therefore \; C_A = \boxed{}$

x च्या सापेक्ष विकलन केल्यावर

$$\frac{d}{dx}(C_A) = \boxed{}$$

आपल्याला माहीत आहे की C_A ची किंमत कमी होत आहे.

जर $\frac{d}{dx}(C_A) \boxed{} \ 0$

$\therefore\ 2x - 16 < 0$

$\therefore\ 2x < 16$

$\therefore\ x < \boxed{}$

$\therefore\ x \in (0,8)$ साठी सरासरी किंमत कमी होत आहे.

(ii) विकलनीय समीकरण सोडवा : $y - x\frac{dy}{dx} = 0$ आहे.

उकल :

दिलेले समीकरण $y - x\frac{dy}{dx} = 0$ आहे.

चल वेगवेगळे केल्यावर,

$$\frac{dx}{\boxed{}} = \frac{dy}{\boxed{}}$$

समाकलन केल्यावर,

$$\int \frac{dx}{\boxed{}} = \int \frac{dy}{\boxed{}} + c$$

$\therefore\quad \log x = \boxed{} + c$

$\therefore\quad \log x - \log y = \log c_1$, जेथे $c = \log c_1$

$\therefore\quad \log\left(\frac{x}{y}\right) = \log c_1$

$\therefore\quad \frac{x}{\boxed{}} = c_1$

म्हणून $x = c_1 y$ ही उकल आहे.

विभाग - २

प्र. ४. **(अ)** खाली दिलेल्या प्रत्येक उपप्रश्नासाठी सर्वांत योग्य पर्याय निवडा आणि लिहा. **[१२]**
(प्रत्येकी १ गुण) : (६)

(i) ज्या तारखेला हुंडीचा कालावधी संपतो त्याला ----- म्हणतात.

(अ) कायदेशीर देय तारीख (legal due date)

(ब) वाढीव तारीख (grace date)

(क) नाममात्र देय तारीख (nominal due date)

(ड) काढण्याची तारीख (date of drawing)

(ii) एका व्यक्तीने 4,00,000 रुपयांच्या मालमत्तेचा विमा उतरवला. विम्याच्या हप्त्याचा दर ₹ 35 रुपये प्रति हजार प्रति वर्ष आहे. तर विम्याच्या वार्षिक हप्त्याची रक्कम ----- असेल.

(अ) ₹ 14,000 (ब) ₹ 24,000

(क) ₹ 34,000 (ड) ₹ 15,000

(iii) पाश्चेस् किंमत निर्देशांक क्रमांक .... या द्वारे दिला जातो.

(अ) $\frac{\Sigma p_0q_0}{\Sigma p_1q_0}\times 100$ (ब) $\frac{\Sigma p_0q_1}{\Sigma p_1q_1}\times 100$

(क) $\frac{\Sigma p_1q_0}{\Sigma p_0q_0}\times 100$ (ड) $\frac{\Sigma p_1q_1}{\Sigma p_0q_1}\times 100$

(iv) जर कार्य I, II, III यांच्या प्रक्रिया करण्याचा काळ पहिल्या यंत्रावर 8, 6, 5 आणि दुसऱ्या यंत्रावर 8, 3, 4, $M_1 - M_2$ या क्रमाने असेल तर इष्टतम अनुक्रम .... असेल.

(अ) I, II, III (ब) I, III, II

(क) II, I, III (ड) III, II, I

(v) जर $E(X) = 4$ आणि X पॉयसॉन वितरण अनुसरण करते तर $V(X)$ = ...

(अ) 2 (ब) – 2

(क) 4 (ड) – 4

(vi) 3 नाण्यांची एकाच वेळी नाणेफेक केली जाते. जर छाप्यांची संख्या X असेल तर X चे अपेक्षित मूल्य .... असेल.

(अ) 1

(ब) 1.5

(क) 1.9

(ड) 1.017

(ब) खालीलपैकी प्रत्येक विधान सत्य किंवा असत्य आहे ते सांगा (प्रत्येकी १ गुण) : (३)

(i) X वर Y च्या प्रतिगमन समीकरणात, X हा स्वतंत्र चल आहे आणि Y हा अवलंबन चल आहे.

(ii) असमानता $x \le 0, y \le 0$ दर्शविणारा प्रदेश पहिल्या चतुर्थांशामध्ये असतो.

(iii) सोपवणी समस्येत जर स्तंभांची संख्या रांगेच्या संख्ये पेक्षा जास्त असेल तर एक बनावट स्तंभ जोडला जातो.

(क) खाली दिलेल्या रिक्त जागा भरा (प्रत्येकी १ गुण) : (३)

(i) जर एक दलाल ₹ 48,000 विक्रीच्या 12% प्रमाणे दलाली घेत असेल तर त्याची एकूण दलाली .... रुपये असेल.

(ii) वस्तुनिष्ठ फल (objective function) चे इष्टतम मूल्य व्यवहार्य प्रदेशाच्या (feasible region) .... बिंदूंवर असते.

(iii) जर एका सतत यादृच्छिक चलाचे संभाव्यता घनता फल (p.d.f.)

$$f(x) = \frac{x}{8}, \qquad 0 < x < 4 \text{ साठी}$$
$$= 0, \qquad \text{अन्यथा}$$

तर $P(1 < x < 2) =$ ....

प्र. ५. **(अ)** खालीलपैकी कोणतेही दोन उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ३ गुण) : (६) **[१४]**

(i) जर ₹ 20,000 प्रति वर्षाची एक वार्षिकी 2 वर्षात ₹ 41,000 इतकी होते तर वार्षिक चक्रवाढ व्याज दर शोधा.

(ii) खाली दिलेल्या माहितीसाठी साध्या एकत्रित पद्धती (simple aggregate method) चा वापर करून मूल्य निर्देशांक क्रमांक (value index number) शोधा.

वस्तू	मूळ वर्ष		चालू वर्ष	
	किंमत	प्रमाण	किंमत	प्रमाण
A	30	22	40	18
B	40	16	60	12
C	10	38	15	24
D	50	12	60	16
E	20	28	25	36

(iii) यंत्र लेथ आणि सरफेस ग्राइंडर वर अनुक्रमे पाच कामे केली जातात. प्रत्येक यंत्रावर प्रत्येक कामाने घेतलेला वेळ तासांमध्ये खाली दिलेला आहे. कामांचा इष्टतम क्रम निश्चित करा आणि एकूण व्यतीत वेळ शोधा.

कामे	I	II	III	IV	V
लेथ	4	1	5	2	5
सरफेस ग्राइंडर	3	2	4	3	6

(ब) खालीलपैकी कोणतेही दोन उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ४ गुण) : (८)

(i) 14 एप्रिल रोजी ₹ 7,000 ची हुंडी काढण्यात आली आणि 6 जुलै रोजी 5% वार्षिक दराने वटविण्यात आली. बँकेने हुंडीचे ₹ 6,930 दिले. हुंडीचा कालावधी शोधा.

(ii) खालील सारणीत ईस्पातचे उत्पादन (10 लक्ष टन मध्ये) वर्ष 1976 ते 1986 साठी दिले आहे.

वर्षे	1976	1977	1978	1979	1980
उत्पादन	0	4	4	2	6

1981	1982	1983	1984	1985	1986
8	5	9	4	10	10

कमीत कमी वर्ग पद्धती (least square method) चा वापर करून वरील माहितीसाठी प्रवृत्ती रेषा काढा.

(iii) खालील रेषीय उपयोजन (L.P.P.) आलेखीय पद्धतीने सोडवा :

महत्तम करा : $z = 7x + 11y$

अटी : $3x + 4y \leq 24,$

$5x + 3y \leq 30,$

$x \geq 0, \ y \geq 0$

प्र. ६. **(अ)** खालीलपैकी कोणतेही <u>दोन</u> उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ३ गुण) : (६) **[१४]**

(i) एका द्विचलीय माहितीसाठी,

$\bar{x} = 53, \ \bar{y} = 28, b_{yx} = -1.2, \ b_{xy} = -0.3$

शोधा : (अ) x आणि y मधील सहसंबंध गुणांक.

(ब) $x = 50$ साठी y चे अंदाजित मूल्य.

(ii) दिले आहे $\Sigma p_0q_0 = 220, \ \Sigma p_0q_1 = 380, \ \Sigma p_1q_1 = 350$ आणि मार्शल-एजवर्थस् किंमत निर्देशांक क्रमांक 150 आहे. लॉस्पीयरस् किंमत निर्देशांक क्रमांक शोधा.

(iii) खाली दिलेली माहिती ब्लीचिंग पावडरचे उत्पादन (हजार टन मध्ये) वर्ष 1962 ते 1972 साठी आहे.

वर्षे	**1962**	**1963**	**1964**	**1965**	**1966**
उत्पादन	0	0	1	1	4

1967	**1968**	**1969**	**1970**	**1971**	**1972**
2	4	9	7	10	8

वरील माहितीसाठी 5 वर्षीय चलित सरासरीचा वापर करून कलमूल्ये काढा.

(ब) खालीलपैकी कोणताही <u>एक</u> उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ४ गुण) : (४)

(i) चार नवीन यंत्रे M_1, M_2, M_3 आणि M_4 एका यंत्र दुकानामध्ये बसवल्या जाणार आहेत. A, B, C, D आणि E अश्या पाच रिकाम्या जागा उपलब्ध आहेत. मर्यादित जागेमुळे यंत्र M_2 जागा C वर ठेवता येत नाही आणि यंत्र M_3 जागा A वर ठेवता येत नाही.

किंमत सारणी खाली दिलेली आहे :

यंत्रे	**जागा**				
	A	**B**	**C**	**D**	**E**
M_1	4	6	10	5	6
M_2	7	4	–	5	4
M_3	–	6	9	6	2
M_4	9	3	7	2	3

इष्टतम सोपवणी शोधा.

(ii) एका वस्तूंच्या मोठ्या साठ्यामध्ये 10% सदोष वस्तू आहेत. 4 वस्तूंच्या नमुन्यात एकापेक्षा जास्त दोषपूर्ण वस्तूंचा समावेश नसण्याची संभाव्यता काय असेल?

(क) खालीलपैकी कोणतीही <u>एक</u> कृती पूर्ण करा (प्रत्येकी ४ गुण) : (४)

(i) $3x + 2y - 26 = 0$ आणि $6x + y - 31 = 0$ ह्या दोन प्रतिगमन रेषांच्या समीकरणांवरून x आणि y मधील सहसंबंध गुणांक काढा.

उकल :

सहसंबंध गुणांक शोधण्यासाठी आपल्याला प्रतिगमन गुणांक b_{yx} आणि b_{xy} शोधावे लागतील

समजा $3x + 2y = 26$ ही x वर y च्या प्रतिगमन रेषेचे समीकरण आहे.

या वरून $y = \square\, x + 13$

$$\therefore\ b_{yx} = -\frac{3}{2}$$

आता समजा $6x + y = 31$ हे y वर x च्या प्रतिगमन रेषेचे समीकरण आहे.

हे अशा प्रकारे लिहिता येते $x = \square\, y + \frac{31}{6}$

$\therefore\ b_{xy} = -\frac{1}{6}$

आता $r^2 = \boxed{} = 0.25$

byx आणि *bxy* हे दोन्ही प्रतिगमन गुणांक ऋणात्मक असल्याने,

$\therefore\ r = \boxed{}$

(ii) X चे संभाव्य वितरण खालील प्रमाणे आहे :

x	0	1	2	3	4
$P(X=x)$	0.1	k	$2k$	$2k$	k

शोधा : (अ) k (ब) $P(X<2)$

(क) $P(1 \le X < 4)$ (ड) $F(2)$

उकल :

ही सारणी संभाव्य वितरण देते.

$\therefore\ \Sigma p_i = 1$

$\therefore\ 0.1 + k + 2k + 2k + k = 1$

(अ) $k = \boxed{}$

(ब) $P(X<2) = P(X=0) + P(X=1)$

$= \boxed{}$

(क) $P(1 \le X < 4) = P(1) + P(2) + P(3)$

$= \boxed{}$

(ड) $F(2) = P(X \le 2)$

$= P(0) + P(1) + P(2)$

$= \boxed{}$

◆◆◆