

DAY — 09

SEAT NUMBER

--	--	--	--	--	--

2024

III

02

1100

J-868

(H)

MATHEMATICS & STATISTICS (88) (COMMERCE)

Time : 3 Hrs.

(12 Pages)

Max. Marks : 80

- सूचना :** (१) सभी प्रश्नों को हल करना अनिवार्य है।
 (२) यहाँ पर ६ प्रश्नों को दो विभागों में बाँटा गया है।
 (३) विभाग-१ तथा विभाग-२ के प्रश्नों को एक ही उत्तरपत्रिका में लिखिए।
 (४) लॉग सारणी का उपयोग करने की अनुमति है। गणनयंत्र का उपयोग वर्जित है।
 (५) रेखीय संयोजन प्रश्न (L. P. P.) के लिए कच्ची आकृति (rough sketch) अपेक्षित है, आलेख पत्र (graph paper) आवश्यक नहीं है।
 (६) सभी नए प्रश्नों के उत्तर नए पन्नों पर लिखिए।
 (७) बहुविकल्पीय प्रश्नों के उत्तर लिखते समय सही उत्तर उनके संकेताक्षर के साथ लिखना अनिवार्य है।
 जैसे कि (अ) / (ब) / (क) / (ड)
 सही उत्तर का केवल संकेताक्षर या केवल उत्तर लिखने पर गुणदान नहीं किया जाएगा।
 केवल पहले प्रयास का ही मूल्यांकन किया जाएगा।

विभाग - १

- प्र. १. (अ)** निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के विकल्पों में से सही विकल्प चुनकर लिखिए (प्रत्येक १ अंक) : [१२]
- (६)
- (i) निम्नलिखित में से कौन सा कथन नहीं है :
- (अ) धूम्रपान स्वास्थ्य के लिए हानिकारक है।
 (ब) $2 + 2 = 4$
 (क) 2 एकमात्र सम अभाज्य संख्या (even prime number) है।
 (ड) यहाँ आओ।

(ii) यदि $x + y + z = 3$, $x + 2y + 3z = 4$, $x + 4y + 9z = 6$ तब
 $(y, z) = \text{-----}$

- (अ) $(-1, 0)$ (ब) $(1, 0)$
 (क) $(1, -1)$ (ड) $(-1, 1)$

(iii) यदि $y = \log\left(\frac{e^x}{x^2}\right)$ तब $\frac{dy}{dx} = ?$

- (अ) $\frac{2-x}{x}$ (ब) $\frac{x-2}{x}$
 (क) $\frac{e-x}{ex}$ (ड) $\frac{x-e}{ex}$

(iv) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x}}$ का मान ----- है।

- (अ) $2\sqrt{1-x} + c$ (ब) $-2\sqrt{1-x} + c$
 (क) $\sqrt{x} + c$ (ड) $x + c$

(v) $\int \frac{dx}{(x-8)(x+7)} = \text{-----}$

- (अ) $\frac{1}{15} \log \left| \frac{x+2}{x+1} \right| + c$ (ब) $\frac{1}{15} \log \left| \frac{x+8}{x+7} \right| + c$
 (क) $\frac{1}{15} \log \left| \frac{x-8}{x+7} \right| + c$ (ड) $(x-8)(x+7) + c$

(vi) समीकरण $y = k_1 e^x + k_2 e^{-x}$ का अवकल समीकरण ----- है।

- (अ) $\frac{d^2 y}{dx^2} - y = 0$ (ब) $\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = 0$
 (क) $\frac{d^2 y}{dx^2} + y \frac{dy}{dx} = 0$ (ड) $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$

(ब) निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य, लिखिए (प्रत्येक १ अंक) : (३)

(i) $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$

(ii) $\int \frac{x-1}{(x+1)^3} e^x dx = e^x f(x) + c$, के लिए; $f(x) = (x+1)^2$

(iii) अवकल समीकरण के घात (order) और कोटि (degree) सदैव धनात्मक पूर्णांक (positive integer) होते हैं।

(क) निम्नलिखित रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए (प्रत्येक १ अंक) : (३)

(i) किसी बिंदु (a, b) पर स्पर्श रेखा (tangent) की प्रवणता (slope) ----- कहलाती है।

(ii) यदि $f'(x) = \frac{1}{x} + x$ तथा $f(1) = \frac{5}{2}$ तब $f(x) = \log x + \frac{x^2}{2} + \text{-----}$

(iii) अवकल समीकरण का हल जिसे सामान्य हल (general solution) में स्वेच्छ अचरों (arbitrary constants) को विशिष्ट मान देकर प्राप्त किया जाता है अवकल समीकरण का ----- हल कहलाता है।

प्र. २. (अ) निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ३ अंक) : (६) [१४]

(i) परीक्षण करें कि क्या निम्नलिखित कथन समूह, एक पुनरुक्ति (tautology), एक विरोधाभास (contradiction) या एक आकस्मिकता (contingency) है?

$$\sim p \rightarrow (p \rightarrow \sim q)$$

(ii) यदि $x = e^{3t}$, $y = e^{(4t+5)}$ तब $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

(iii) यदि $A = \begin{bmatrix} 7 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -4 \end{bmatrix}$ तो $A^T + 4B^T$ ज्ञात कीजिए।

(ब) निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ४ अंक): (८)

- (i) निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :
 (अ) यदि D एक कुत्ता है तो D बहुत अच्छा है।
 (ब) यदि D बहुत अच्छा है तो D एक कुत्ता है।
 (क) यदि D बहुत अच्छा नहीं है तो D एक कुत्ता नहीं है।
 (ड) यदि D एक कुत्ता नहीं है तो D बहुत अच्छा नहीं है।
 समान अर्थ वाले कथनों के युग्मों (pairs of statements) को पहचानिए। न्यायोचित ठहराइए।
- (ii) फलन $f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 36x - 20$ का निम्नतम मान (minimum value) ज्ञात कीजिए।
- (iii) रेखा $y = -2x$, X-अक्ष एवं रेखाओं $x = -1$ और $x = 2$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

प्र. ३. (अ) निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ३ अंक) : (६) [१४]

- (i) यदि $y = x^{e^x}$ तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।
- (ii) यदि $f'(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x + k$, $f(0) = 1$ और $f(1) = 4$ तो $f(x)$ ज्ञात कीजिए।
- (iii) अवकल समीकरण (differential equation) प्राप्त कीजिए जिसका व्यापक हल (general solution) $x^3 + y^3 = 35ax$ है।

(ब) निम्नलिखित में से किसी एक उपप्रश्न को हल कीजिए (प्रत्येक ४ अंक): (४)

- (i) आव्यूह $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 2 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ का सहखण्डज विधि (adjoint method) से व्युत्क्रम (inverse) ज्ञात कीजिए।
- (ii) आय x वाले व्यक्ति का उपभोग व्यय (consumption expenditure) $E_c = 0.0006x^2 + 0.003x$ द्वारा दिया गया है। जब आय ₹ 200 है तब उपभोग करने की औसत प्रवृत्ति (average propensity to consume) APC और उपभोग करने की सीमांत

प्रवृत्ति (marginal propensity to consume) MPC ज्ञात कीजिए।

बचत करने की सीमांत प्रवृत्ति (marginal propensity to save) भी ज्ञात कीजिए।

(क) निम्नलिखित में से किसी एक कृति (activity) को पूर्ण कीजिए (प्रत्येक ४ अंक):

(i) निम्नलिखित कृति को पूर्ण कीजिए :

$$\begin{aligned} \int_0^2 \frac{dx}{4+x-x^2} &= \int_0^2 \frac{dx}{-x^2 + \boxed{} + \boxed{}} \\ &= \int_0^2 \frac{dx}{-x^2 + x + \frac{1}{4} - \boxed{} + 4} \\ &= - \int_0^2 \frac{dx}{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - (\boxed{})^2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{17}} \log \left(\frac{20 + 4\sqrt{17}}{20 - 4\sqrt{17}} \right) \end{aligned}$$

(ii) जनसंख्या वृद्धि की दर निवासियों की संख्या के समानुपाती (proportional) है। यदि 25 साल में जनसंख्या दो गुनी हो जाती है और वर्तमान में जनसंख्या 1,00,000 है तो शहर की जनसंख्या 4,00,000 कब होगी?

हल: माना कि 't' समय पर जनसंख्या 'P' है।

चूँकि जनसंख्या वृद्धि की दर निवासियों की संख्या के समानुपाती है इसलिए,

$$\frac{dP}{dt} \propto P$$

∴ अवकल समीकरण इस तरह से लिखा जा सकता है। $\frac{dP}{dt} = kP$

जहाँ k समानुपाती का अचरांक है।

$$\therefore \frac{dP}{P} = k \cdot dt$$

समाकलन करने पर, हमने प्राप्त किया

$$\boxed{} = kt + c \quad \dots(i)$$

(i) जब $t = 0$, $P = 1,00,000$

∴ समीकरण (i) से

$$\log 1,00,000 = k(0) + c$$

$$\therefore c = \boxed{}$$

$$\therefore \log\left(\frac{P}{1,00,000}\right) = kt \quad \dots(ii)$$

(ii) जब $t = 25$, $P = 2,00,000$ क्योंकि जनसंख्या 25 साल में दो गुनी हो जाती है।

∴ समीकरण (ii) से; $\log 2 = 25k$

$$\therefore k = \boxed{}$$

$$\therefore \log\left(\frac{P}{1,00,000}\right) = \left(\frac{1}{25} \log 2\right) \cdot t$$

(iii) ∴ जब $P = 4,00,000$

$$\log\left(\frac{4,00,000}{1,00,000}\right) = \left(\frac{1}{25} \log 2\right) \cdot t$$

$$\therefore \log 4 = \left(\frac{1}{25} \log 2\right) \cdot t$$

$$\therefore t = \boxed{} \text{ वर्ष}$$

विभाग - २

प्र. ४. (अ) निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के विकल्पों में से सही विकल्प चुनकर लिखिए (प्रत्येक १ अंक) : [१२]
(६)

- (i) अंकित मूल्य (face value) और वर्तमान मूल्य (present value) के बीच के अंतर को ----- कहा जाता है।
 (अ) बैंकर की छूट (ब) सच्ची छूट
 (क) बैंकर का लाभ (ड) नकद मूल्य
- (ii) एक साधारण वार्षिकी (ordinary annuity) में, भुगतान या प्राप्तियाँ ----- में होती हैं।
 (अ) प्रत्येक अवधि की शुरुआत (ब) प्रत्येक अवधि के अंत
 (क) प्रत्येक अवधि के बीच (ड) त्रैमासिक के आधार पर
- (iii) b_{xy} और b_{yx} ----- हैं।
 (अ) मूल (origin) और पैमाने (scale) के परिवर्तन से स्वतंत्र
 (ब) मूल के परिवर्तन से स्वतंत्र लेकिन पैमाने से नहीं
 (क) पैमाने के परिवर्तन से स्वतंत्र लेकिन मूल से नहीं
 (ड) मूल और पैमाने के परिवर्तन से प्रभावित
- (iv) डॉरबिश-बावलीस मूल्य सूचकांक संख्या ----- है।

(अ)
$$\frac{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_1} + \frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma p_1 q_0}}{2} \times 100$$

(ब)
$$\frac{\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0} + \frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma p_1 q_1}}{2} \times 100$$

(क)
$$\frac{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} + \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}}{2} \times 100$$

(ड)
$$\frac{\frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma p_1 q_0} + \frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma p_1 q_1}}{2} \times 100$$

- (v) L.P.P. का उद्देश्य फलन (objective function) ----- है।
 (अ) एक प्रतिबंध (a constraint)
 (ब) एक फलन जिसको अधिकतम (maximise) या न्यूनतम (minimise) किया जाता है।
 (क) निर्णय चरों (decision variables) के बीच एक संबंध
 (ड) एक व्यवहार्य क्षेत्र (feasible region)
- (vi) हंगेरियन पद्धति का उपयोग करने के लिए, एक लाभ अधिकतम कार्य-भार समस्या (a profit maximization assignment problem) ----- की आवश्यकता है।
 (अ) सभी लाभों को अवसर हानियों में परिवर्तित करना।
 (ब) एक डमी व्यक्ति या कार्य
 (क) आव्यूह विस्तार (matrix expansion)
 (ड) कम किए गए आव्यूह में सभी शून्य ढकने के लिए अधिकतम संख्या में रेखाएँ ज्ञात करना।

(ब) निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य, लिखिए (प्रत्येक १ अंक) : (३)

- (i) ब्रोकर एक एजेंट है जो विक्रेता को गारंटी देता है कि खरीदार, माल की बिक्री का भुगतान करेगा।
- (ii) $\sum \frac{p_0 q_0}{p_1 q_1} \times 100$ सरल समग्र विधि (simple aggregate method) द्वारा मूल्य सूचकांक संख्या (Value Index Number) है।
- (iii) L.P.P. के उद्देश्य फलन (objective function) का इष्टतम मूल्य (optimum value) व्यवहार्य क्षेत्र (feasible region) के केंद्र में होता है।

(क) निम्नलिखित रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए (प्रत्येक १ अंक) : (३)

- (i) बैंकर की छूट (banker's discount) हमेशा सच्ची छूट से होती है।
- (ii) भारित सापेक्ष पद्धति (weighted relative method) द्वारा जीवन निर्वाह सूचकांक (cost of living index number) है।

- (iii) मशीनों के दिए गए सेट द्वारा किसी विशेष क्रम में खाली समय (यदि कोई हो) सहित पहला कार्य शुरू करने और अंतिम कार्य पूरा करने के बीच के समय अंतराल को कहा जाता है।

प्र. ५. (अ) निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ३ अंक): (६) [१४]

- (i) दीपक की सैलरी ₹ 4,000 से बढ़ाकर ₹ 5,000 की गई। बिक्री समान होने के कारण, कमीशन की दर 3% से घटाकर 2% करने पर भी उसकी आय अपरिवर्तित रहती है। उसकी बिक्री ज्ञात कीजिए।
- (ii) एक द्विचर आँकड़ों के लिए, X पर Y का प्रतिगमन गुणांक (regression co-efficient) 0.4 है और Y पर X का प्रतिगमन गुणांक 0.9 है। यदि X का विचरण (variance) 9 हो तो Y के विचरण का मान ज्ञात कीजिए।
- (iii) निम्नलिखित तालिका 1976 से 1985 तक की अवधि के लिए औद्योगिक उत्पादन के सूचकांक को दर्शाती है। वर्ष 1976 को आधार वर्ष (base year) के रूप में उपयोग करते हुए, 4 वार्षिकी केंद्रित गतिमान औसत (4 yearly centered moving averages) का उपयोग करके निम्नलिखित आँकड़ों के लिए प्रवृत्ति मान (trend values) ज्ञात कीजिए :

वर्ष	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985
सूचकांक	0	2	3	3	2	4	5	6	7	10

(ब) निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ४ अंक): (८)

- (i) यदि निम्नलिखित आँकड़ों के लिए वॉल्श की कीमत सूचकांक संख्या (Walsh's Price Index Number) 150 है तो 'x' का मान ज्ञात कीजिए :

वस्तुएँ	आधार वर्ष		वर्तमान वर्ष	
	कीमत P_0	मात्रा Q_0	कीमत P_1	मात्रा Q_1
A	5	3	10	3
B	x	4	16	9
C	15	5	23	5
D	10	2	26	8

- (ii) एक खिलौना निर्माण कंपनी पाँच प्रकार के खिलौनों का निर्माण करती है। प्रत्येक खिलौने को ABC के क्रम में तीन मशीनों A, B, और C से गुजरना पड़ता है। प्रत्येक प्रक्रिया के लिए घंटों में समय निम्न तालिका में दिया गया है :

प्रकार	1	2	3	4	5
मशीन A	16	20	12	14	22
मशीन B	10	12	4	6	8
मशीन C	8	18	16	12	10

कुल उपयोगी समय (total elapsed time) ज्ञात कीजिए और मशीन B के लिए निष्क्रिय समय (idle time) भी ज्ञात कीजिए।

- (iii) एक यादृच्छिक चर (random variable) X का संभाव्यता वितरण (probability distribution) निम्न है :

x	1	2	3	4	5	6	7
$P(x)$	k	$2k$	$2k$	$3k$	k^2	$2k^2$	$7k^2+k$

ज्ञात कीजिए : (अ) k (ब) $P(X < 3)$ (क) $P(X > 6)$

प्र. ६. (अ) निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ३ अंक) : (६) [१४]

- (i) एक इमारत का उसके मूल्य का 75% के लिए बीमा किया जाता है। 0.70 प्रतिशत की दर से वार्षिक प्रीमियम राशि ₹ 2,625 है। यदि आग से इमारत 60% तक क्षतिग्रस्त हो जाती है तो पॉलिसी के तहत कितना दावा (claim) किया जा सकता है?
- (ii) एक मशीन शॉप में तीन नई मशीनें M_1, M_2, M_3 लगाई जाती हैं। चार रिक्त स्थान A, B, C, D हैं। सीमित स्थान के कारण मशीन M_2 को B पर नहीं रखा जा सकता है। लागत आव्यूह (cost matrix) (₹ सौ में) निम्न प्रकार से दिया गया है:

यंत्र (machine)	स्थान (places)			
	A	B	C	D
M_1	13	10	12	11
M_2	15	—	13	20
M_3	5	7	10	6

इष्टतम स्वत्वार्पण शेड्यूल (optimum assignment schedule) ज्ञात कीजिए और न्यूनतम खर्च (minimum cost) ज्ञात कीजिए।

- (iii) 10% खराब अंडों वाले ढेर से उत्तरोत्तर प्रतिस्थापना के साथ अंडों को क्रमिक रूप से निकाला जाता है। इस बात की प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि 10 अंडों के प्रतिदर्श (a lot of 10 eggs) में कम-से-कम एक (at least one) अंडा खराब है।

(ब) निम्नलिखित में से किसी एक उपप्रश्न को हल कीजिए (प्रत्येक ४ अंक): (४)

- (i) निम्नलिखित तालिका वर्ष 1980 से 2010 के लिए अखिल भारतीय शिशु मृत्यु दर (प्रति '000) को दर्शाती है :

वर्ष	1980	1985	1990	1995	2000	2005	2010
बाल मृत्युदर IMR	10	7	5	4	3	1	0

उपरोक्त जानकारी के लिए, प्रवृत्ति रेखा को कम-से-कम वर्ग विधि द्वारा फिट (method of least squares) कीजिए।

- (ii) न्यूनतम (minimize) कीजिए : $z = 6x + 2y$

$$\begin{aligned} \text{शर्तें :} \quad & x + 2y \geq 3, \\ & x + 4y \geq 4, \\ & 3x + y \geq 3, \\ & x \geq 0, y \geq 0 \end{aligned}$$

(क) निम्न में से किसी एक उपप्रश्न को हल कीजिए (प्रत्येक ४ अंक): (४)

- (i) द्विचर आँकड़ों के लिए $\bar{x} = 10$, $\bar{y} = 12$, $V(X) = 9$, $\sigma_y = 4$

और $r = 0.6$ जब $x = 5$ तब y ज्ञात कीजिए।

हल : Y पर X की प्रतिगमन रेखा (regression line) समीकरण

$$Y - \bar{y} = \boxed{} (X - \bar{x})$$

$$\therefore Y - 12 = r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (X - 10)$$

$$\therefore Y - 12 = 0.6 \times \frac{4}{\boxed{}} (X - 10)$$

$$\therefore \text{ जब } x = 5$$

$$Y - 12 = \boxed{} (5 - 10)$$

$$\therefore Y - 12 = -4$$

$$\therefore Y = \boxed{}$$

(ii) यदि $X \sim P(m)$ के साथ $P(X = 1) = P(X = 2)$ तो औसत और $P(X = 2)$ ज्ञात कीजिए :

$$\text{दिया है } e^{-2} = 0.1353$$

$$\text{हल : चूँकि } P(X = 1) = P(X = 2)$$

$$\therefore \frac{e^{\boxed{}} m^1}{1!} = \frac{e^{-m} m^2}{\boxed{}}$$

$$\therefore m = \boxed{}$$

$$\therefore P(X = 2) = \frac{e^{-2} \cdot 2^2}{2!} = \boxed{}$$

